

TURBULENCIA, NO LINEALIDAD Y CAOS¹

M.T. CASPARRI; J.R. GARNICA HERVAS; E.O. THOMASZ

Universidad de Buenos Aires

ABSTRACT

El objetivo particular de este trabajo es presentar una técnica de análisis de series temporales que permitan testear la presencia de estructuras no lineales y, en segunda instancia, sensibilidad a las condiciones iniciales (indicio de “caos”). Para ello se propondrá una metodología no tradicional, la cual combina la aplicación de filtros lineales, testeos de estructura (test BDS) y testeos no paramétricos aplicando redes neuronales (test NEGM) para el caso de la estimación de existencia de sensibilidad a las condiciones iniciales. Se destaca que de verificarse no linealidad y sensibilidad a las condiciones iniciales, se genera evidencia a favor de la existencia de “dinámicas caóticas”, lo cual trae aparejadas grandes implicancias en relación a la viabilidad de aplicación de la estadística lineal y paramétrica y en relación a las posibilidades de realizar predicciones mediante tales herramientas.

En síntesis, se desarrollarán las características de los test mencionados y se presentará una metodología para llevar a cabo un primer testeo de evidencia de comportamiento “caótico” en una serie temporal. Uno de los procedimientos propuestos es el siguiente: aplicación de un filtro lineal (ARIMA) mediante la metodología Box y Jenkins; testeo de estructura en los residuos mediante el test BDS. Si se observa dinámica no lineal, se testea la existencia de sensibilidad a las condiciones iniciales mediante la estimación del coeficiente de Lyapunov aplicando el test NEGM. Respecto a las variables estudiadas, se analizarán series de precios de acciones cotizantes en el Mercado de Valores de Buenos Aires.

Palabras clave: series temporales, dinámica no lineal, sensibilidad a las condiciones iniciales, teoría del caos, redes neuronales, turbulencia, crisis.

INTRODUCCIÓN

La actual crisis económica, el ingreso de nuevos actores en el sistema político internacional, la interacción de nuevos grupos sociales, los cambios en los modos de producción y el cambio climático contribuyen a que la realidad dentro de la cual se desarrollan las acciones humanas sea cada vez más volátil, compleja y, por sobre todo, difícil de predecir.

Por tales motivos, es necesario profundizar el conocimiento de los científicos sociales respecto a las técnicas de evaluación del riesgo y de predicción o control de las actividades económicas y de gestión.

¹ Trabajo realizado en el marco del Proyecto de Investigación PICT 2006 N° 770 y UBACyT E008 período 2008-2010, ambos a cargo de la Doctora María Teresa Casparri.

En esta oportunidad, el estudio se centrará en el ámbito del mercado de capitales de países emergentes, mas específicamente de Argentina. No obstante el carácter “microeconómico” de las técnicas matemáticas que serán desarrolladas, el marco teórico-epistemológico forma parte del paradigma representado por los modelos complejos y la teoría del caos.

Muchos han advertido acerca de los riesgos inherentes al mercado de capitales, mostrando que los mismos son muchísimo más elevados que lo predicho por los “preconceptos clásicos”, tales como las hipótesis de los mercados eficientes, el modelo CAPM y, sobre todo, el supuesto de normalidad. La teoría de los valores extremos, los planteos de Mandelbrot y su modelo fractal, los métodos de simulación y el conceptual “cisne negro” de Taleb son algunos de los aportes que han enriquecido el análisis del mercado de capitales y otros fenómenos económicos.

En este trabajo, se tratarán de articular algunos de los planteos antes mencionados, pero se profundizará conceptualmente en la significancia de la teoría del caos en el análisis económico y financiero. En este sentido, la dinámica caótica puede proveer un marco conceptual para analizar fenómenos altamente volátiles donde las técnicas paramétricas no proveen señales de alerta en contextos “turbulentos”. La dinámica no lineal, los estados fuera del equilibrio, las trayectorias aperiódicas, la alta sensibilidad, etc., son algunas de las características que son entendidas como normales (y no excepcionales) en el marco de los modelos complejos y la teoría del caos. En este sentido, las crisis no pueden explicarse mediante modelos de riesgo que suponen que el mundo es estacionario: en los períodos de crisis, los parámetros que definen los procesos estocásticos no son estables y, por ende, los modelos basados en tales procesos no sirven para calcular los riesgos (Fanelli, 2008 y Heymann, 2007). Por ello, el objetivo general de esta línea de investigación es proveer un marco conceptual para la toma de decisiones en sistemas económicos con una alta volatilidad endógena (como ser las economías emergentes en períodos de crisis) donde los shocks exógenos se propagan al interior del mismo generando dinámicas no estacionarias en la evolución del sistema.

En tanto, como objetivo particular de este trabajo es presentar una técnica de análisis de series temporales que permitan testear la presencia de estructuras no lineales y, en segunda instancia, sensibilidad a las condiciones iniciales (indicio de “caos”). Para ello se propondrá una metodología no tradicional, la cual combina la aplicación de filtros lineales, testeos de estructura (test BDS) y testeos no paramétricos aplicando redes neuronales (test NEGM) para el caso de la estimación de existencia de sensibilidad a las condiciones iniciales. Se destaca que de verificarse no linealidad y sensibilidad a las condiciones iniciales, se genera evidencia a favor de la existencia de “dinámicas caóticas”, lo cual trae aparejadas grandes implicancias en relación a la viabilidad de aplicación de la estadística lineal y paramétrica y en relación a las posibilidades de realizar predicciones mediante tales herramientas.

En síntesis, se desarrollarán las características de los test mencionados y se presentará una metodología para llevar a cabo un primer testeo de evidencia de comportamiento “caótico” en una serie temporal. Uno de los procedimientos propuestos es el siguiente:

- Aplicación de un filtro lineal (ARIMA) mediante la metodología Box y Jenkins
- Testeo de estructura en los residuos mediante el test BDS
- Si se observa dinámica no lineal, se testea la existencia de sensibilidad a las condiciones iniciales mediante la estimación del coeficiente de Lyapunov aplicando el test NEGM.
- Respecto a las variables estudiadas, se analizarán series de precios de acciones cotizantes en el Mercado de Valores de Buenos Aires.

Por último, de acuerdo a la evidencia empírica y a los resultados obtenidos, se intentará integrar un modelo heurístico o ciertos lineamientos básicos para la toma de decisiones en contextos de alta volatilidad o “turbulencia”, tomando como marco conceptual lo desarrollado por la dinámica caótica y los sistemas complejos auto-organizados, y teniendo en cuenta las particularidades de los mercados emergentes presentando el caso específico de Argentina.

ESQUEMA DE PRESENTACIÓN

En la primera sección de este trabajo se resumirá el marco teórico utilizado, vinculado a la teoría de la complejidad y la dinámica no-lineal. En la segunda sección se desarrollará el marco metodológico, detallando el procedimiento y los test aplicados. En la tercera sección se presentaran los resultados de los testeos aplicados al mercado bursátil de Buenos Aires. Las características de los testeos y algoritmos aplicados son presentados como anexo.

PRIMERA SECCIÓN: MARCO TEÓRICO

A continuación se presenta brevemente el marco teórico vinculado a la no-normalidad, la incertidumbre, los flujos turbulentos y la teoría del caos, elementos que de una forma u otra se encuentran vinculados y han sido la base para proponer modelos alternativos para analizar la economía en general y el mercado de capitales en particular.

NO NORMALIDAD Y EVENTOS EXTREMOS

Benoit Mandelbrot, cuyos aportes a la modelización del mercado de capitales serán abordados en este trabajo, sintetizó las siguientes inconsistencias empíricas del Modelo de Wiener o Movimiento Browniano:

Cambios pronunciados en los precios son mucho más frecuentes que los predichos por el modelo de Gauss; reflejando el carácter leptocúrtico de los precios relativos.

Cambios pronunciados instantáneos ocurren con frecuencia, al contrario de las predicciones, y habría evidencia que los mismos podrían ser explicados por factores causales más que por modelos estocásticos.

Cambios sucesivos en los precios no “lucen” independientes, más bien exhiben un gran número de patrones reconocibles, los cuales son, por supuesto, base del análisis técnico.

Los registros de precios no lucen estacionarios. Además, indicadores estadísticos tales como la varianza muestral toman valores muy diferentes en diferentes momentos del tiempo. Cabe destacar que la no-estacionariedad impide la aplicación de un modelo estadístico que arroje resultados convenientes, al menos en lo que respecta a la precisión de los mismos.

Incluso, Mandelbrot afirma que el modelo de Wiener no se condice con los hechos aún si se aplica una transformación logarítmica a las serie de precios estimada (es decir, si $Z(t)$ es reemplazado por $\log Z(t)$).

En síntesis, Mandelbrot advirtió sobre la no estacionariedad en las series de precios, que en sus variaciones coexisten períodos de baja con períodos de alta volatilidad (en el movimiento browniano la evolución es más uniforme). Además, señaló que se observan repetidas instancias de cambios discontinuos, representados por “picos” que se elevan por sobre la evolución de la serie; adicionalmente, tales picos tienden a concentrarse más que aparecer aislados a lo largo del rango temporal. Por último, como fue dicho, observó la existencia de ciclos conspicuos, distribución leptocúrtica y dependencia de largo plazo. Cabe destacar que el propio Bachelier (1900) planteó la existencia empírica de distribuciones no gaussianas y dependencia estadística, pero no planteó modelos alternativos. También Osborne (1963) planteó que el intercambio tiende a realizarse en forma explosiva (más que en formas estables) y Alexander (1964) también planteó que las variaciones de precios son no estacionarias.

La consecuencia de todo lo anterior es que los precios de los activos financieros no se podrían modelar de acuerdo al proceso de Wiener tal y como señala la Hipótesis del Mercado Eficiente.

Por su parte, el economista Nicholas Nassim Taleb publicó el ensayo "El Cisne Negro", una crítica multidisciplinaria que apunta a la revaloración de la vieja escuela empiricista en detrimento de las abstracciones del "platonismo". Así, Taleb exhibe la inviabilidad, e inclusive la peligrosidad, del uso de la Campana de Gauss en los modelos económicos, sugiriendo –también sobre bases experimentales- la profundización en el estudio de las propiedades de otras curvas, como las distribuciones exponenciales, la *fat tail* y la distribución 80-20 de Pareto, ya que éstas parecen reflejar atinadamente ciertos aspectos de las incertidumbres intrínsecas y crecientes de la presente realidad.

Taleb insiste a lo largo de su obra en la necesidad de aceptar a la incertidumbre como componente ineludible y decisivo de la economía, e invita a coexistir con ella, en lugar de minimizarla o –peor aún- ignorarla. La incógnita aún no resuelta es "qué hacer", o mejor dicho, "qué investigar" en un sistema caótico, y su propuesta, al igual que otros ensayistas y pensadores, es profundizar en el estudio de la Teoría del Caos y sus derivados, los fractales de Mandelbrot, con sus extrañas correspondencias entre sus gráficas y la naturaleza misma. Vale decir, podría ocurrir que en un futuro el campo de investigación de las ciencias económicas sea el estudio mismo de la incertidumbre que rodea a los fenómenos económicos.

FLUJOS TURBULENTOS

Según Mantenga y Stanley (2000), los flujos turbulentos y los mercados de capitales son cualitativamente similares. Esto es, los cambios abruptos, la velocidad de las fluctuaciones, la coexistencia no periódica de momentos de alta volatilidad con otros de baja volatilidad y la influencia de la información como elemento perturbados (“forzamiento térmico”) son algunas de los hechos estilizados que explican la semejanza. No obstante, los mismos autores expresan que tal correspondencia no se verifica estrictamente en términos cuantitativos, amén de algunas similitudes: la intermitencia, la distribución no gaussiana y la existencia de dinámica atractora (típica de los sistemas dinámicos disipativos). Cabe destacar que Mandelbrot (2000) en muchos casos cita la metáfora de la turbulencia para explicar las fluctuaciones del mercado de capitales, no obstante no plantea comparaciones empíricas como es el caso de los autores antes citados. En este sentido, el aporte es mayormente cualitativo. No obstante, otra corriente de análisis corresponde a la aplicación de la teoría del caos, la cual surgió en sus inicios del estudio del comportamiento de largo de plazo de flujos turbulentos no periódicos.

TEORÍA DEL CAOS

La Teoría del Caos estudia sistemas dinámicos complejos, en un marco de relaciones no lineales y presentando “sensibilidad a las condiciones iniciales”. Producto de todo lo anterior se generan trayectorias aparentemente no periódicas, generando dinámicas complejas fruto del propio sistema no-lineal, el cual es determinista. Un caso de estudio son los flujos turbulentos antes mencionados. Como características de un sistema dinámico caótico, pueden resumirse las siguientes:

Son sistemas no-lineales: es una condición necesaria que las relaciones que gobiernan el sistema sean no lineales, de lo contrario es imposible generar dinámicas endógenas aperiódicas.

Son sistemas perturbables: dada la inducción de un shock (es decir, de una perturbación) el sistema reacciona cambiando su trayectoria y evolucionando en forma distinta a su estado original, es decir, previo a la perturbación.

Presentan sensibilidad a las condiciones iniciales: implique que, dado un cambio infinitesimal en los valores de los parámetros iniciales, la evolución del sistema diverge radicalmente respecto a su estado original. Aún más allá, la divergencia es tan grande que imposibilita predecir el estado final del sistema. Este fue el descubrimiento de Lorenz hacia 1967, el cual revolucionó parte de la idea o axioma de la física tradicional que sostiene que cambios en las condiciones iniciales generan cambios proporcionales en el estado final del sistema. La principal consecuencia de sistemas dinámicos que presentan esta característica es su limitada capacidad de predicción².

Presentan dinámica atractora: si bien el sistema evoluciona en forma totalmente irregular e impredecible, el mismo no diverge, es decir, en el largo plazo su evolución queda acotada dentro de un sub-espacio determinado.

En síntesis, las ideas conceptuales y el instrumental matemático aplicado en el estudio de sistemas dinámicos caóticos se aleja de las estimaciones lineales, de la proporcionalidad de las relaciones causa-efecto, de las tendencias estacionarias, de los senderos de crecimiento equilibrado e, incluso, de los sistemas estocásticos. Respecto a lo anterior, los sistemas caóticos puros no son de tipo estocásticos, pero tampoco son totalmente deterministas, dada la condición de sensibilidad a las condiciones iniciales. Dicho de otro modo, la teoría del caos permite estudiar sistemas inestables, con alta volatilidad, divergencias en su evolución, cambios abruptos y ciclos no periódicos. Por ello, su principal ámbito de aplicación en la ciencia económica han sido los mercados bursátiles.

Dada una serie temporal, es viable realizar algún tipo de testeo para tener información acerca del nivel de sensibilidad a las condiciones iniciales implícitas en la misma. De verificarse la existencia de sensibilidad a las condiciones iniciales (“caos”), pueden enunciarse las siguientes conclusiones:

- Existencia de dificultades de predicción
- Inconsistencia de aplicar modelos lineales tradicionales (generalmente estocásticos)
- Señal de entrada o salida del activo

² Se utiliza la expresión “limitada” capacidad de predicción y no “imposibilidad de predicción” porque, en el ámbito de la meteorología, este tipo de modelización ha logrado generar predicciones mucho más precisas, aunque en el muy corto plazo.

Una herramienta para detectar la presencia de dinámica caótica es el exponente de Lyapunov, el cual permite dar una medida de la sensibilidad a las condiciones iniciales. Sintéticamente, el mencionado exponente representa la tasa promedio de crecimiento exponencial de la distancia entre dos órbitas distanciadas infinitesimalmente en un momento inicial.

SEGUNDA SECCIÓN: METODOLOGÍA

Se intentarán aplicar algunos de los conceptos presentados al estudio del mercado de capitales de Argentina, a través de las series de tiempo de los precios de un conjunto de activos que cotizan en la bolsa de Buenos Aires, como así también del índice general mismo (denominado “índice Merval”).

En primer lugar se hará un rápido análisis del mercado, representado por el índice Merval, para establecer si existe en su evolución evidencia a favor de alguna de las dinámicas descriptas en el marco teórico, tales como no-normalidad, ocurrencia de eventos extremos, turbulencia, etc. En este caso se observará la evolución gráfica de la serie, y adicionalmente si existen períodos determinados en donde se concentren las principales variaciones del índice, como asimismo si hay evidencia de heteroscedasticidad y variaciones alejadas de la media (eventos extremos).

En segunda instancia, se procederá a analizar la dinámica y patrones de un conjunto de activos que componen el índice, para observar si existe evidencia de no-linealidad, memoria de largo plazo e incluso dinámica caótica. Para ello, se hará uso de tres herramientas, en forma independiente:

- El análisis tradicional: aplicación de filtros lineales (ARIMA) y filtros no lineales (GARCH) para luego explorar la remanencia de estructura en los residuos de tales modelos mediante el test BDS.
- Análisis Re-Escalado, mediante la estimación del Coeficiente de Hurst: la detección de persistencia de largo plazo puede estar dando cuenta de la existencia de estructuras no lineales. En este sentido, los procesos con “memoria larga” dan cuenta de la existencia de no linealidad.
- Análisis de sensibilidad a las condiciones iniciales, mediante la estimación del Exponente de Lyapunov en sistemas estocásticos, mediante el Test NEGM³.

Las series temporales analizadas tienen las siguientes características:

- Cotización diaria de acciones transadas en la bolsa de valores de Buenos Aires, al precio de cierre.
- Muestra: anual, desde el 2 de enero de 2008 al 30 de diciembre de 2008 (246 ruedas u observaciones).
- Todos los testeos “tradicionales” (modelos ARMA, GARCH, test BDS y coeficiente de Hurst) se aplicarán sobre la variación en términos logarítmicos.
- El test NEGM se aplicará sobre la serie en nivel.

³ Para una descripción detallada de las características de los algoritmos y testeos aplicados véase el anexo.

PROCEDIMIENTO:

En primer lugar se analizarán las series según la metodología Box y Jenkins. Ello se hace para detectar la presencia o no de estructuras lineales en la serie (o no linealidades leves si se ajusta un modelo de varianza heteroscedástica).

En segundo lugar, se aplica el test BDS sobre los residuos del modelo estimado en el punto 1. Si el test rechaza la hipótesis nula de estructura, se aceptará que la serie presenta estructura no lineal. El supuesto fundamental subyacente a este principio es que la metodología Box y Jenkins aplicada es un proceso eficiente para filtrar toda la estructura lineal que presente la serie analizada.

En tercer lugar, se estimará el denominado “coeficiente de Hurst”, a los fines de contrastar los resultados de los puntos 1 y 2 a partir de una técnica no paramétrica y que contempla la presencia de “memoria de largo plazo”.

Por último, se aplicará el test NEGM sobre la serie original (sin transformación ni logarítmica ni porcentual). Ello responde a que dicho test no paramétrico soporta la no estacionariedad y, según algunos autores, transformaciones leves pueden romper o filtrar las dinámicas complejas que se intenta detectar.

En la sección siguiente se presentan los resultados obtenidos.

TERCERA SECCIÓN: ANÁLISIS EMPÍRICO DEL MERCADO DE CAPITALES EN ARGENTINA.

INDICE Merval

A continuación se presenta el análisis de las características de la evolución del índice merval durante 2008.

EVOLUCIÓN DEL ÍNDICE MERVAL



Fuente: Elaboración propia

Como se observa en el gráfico y en la tabla subsiguiente, durante el 2008 el índice Merval acumuló una baja del 49,82% medida en términos porcentuales. El rendimiento intradiario promedio se ubicó en -0,24%, con un mínimo del -12,15% (más de cuatro desvíos estándar) y un máximo del 11% (3,8 desvíos estándar), los cuales representan casos de ocurrencia de eventos extremos.

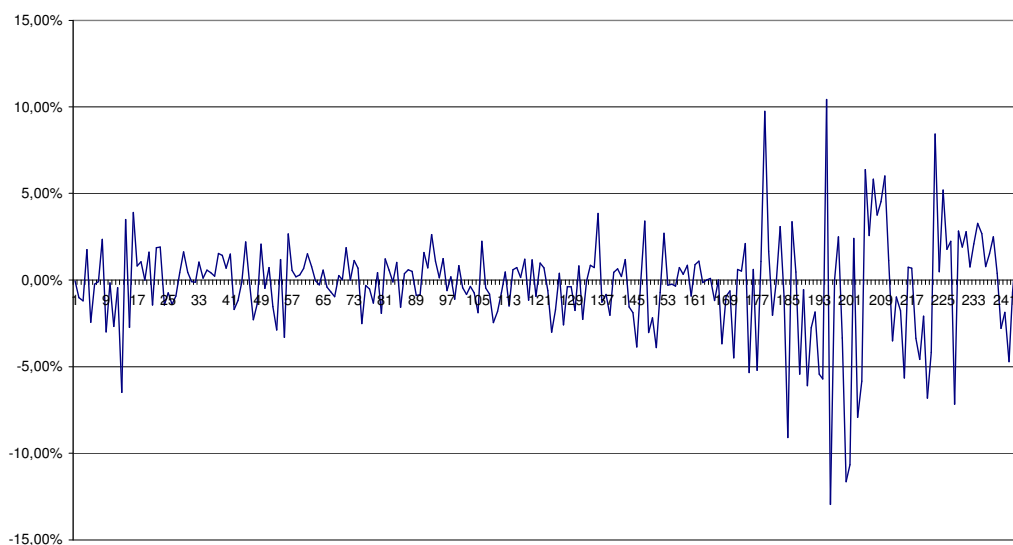
	VARIACIONES			
	NIVEL	PORCENTUALES	LOGARITMICA	DIAS
(1) Variación p a p	-1072,08	-49,82%	-68,96%	246
(2) Máximo	154,45	11,00%	10,43%	1
(3) Mínimo	-163,96	-12,15%	-12,95%	1
(4) Promedio	-4,35804878	-0,24%	-0,28%	
(5) Desvío	40,2004022	2,84%	2,87%	
(6) CV	-9,22440391	-11,8798616	-10,24357187	
(7) Baja acumulada	-868,21	-50,8%	-69,0%	22
(8) = (7) / (1)	80,98%			8,94%
(9) = (3) / (1)	15,29%			0,41%

Fuente: Elaboración propia

En tanto, si se analiza la baja acumulada en el índice, puede apreciarse que el 80,98% de la baja total registrada durante el año estuvo concentrada en el 8,94% del tiempo (es decir, en solamente 22 días).

Por otro lado, la gráfica correspondiente a las variaciones logarítmicas intra-diarias muestra evidencia de heteroscedasticidad en la serie temporal, observándose un primer período de baja volatilidad y un incremento de la misma hacia el final de la serie.

INDICE Merval
- Período 02/01/08 -30/12/08 en variación logarítmica -



Fuente: Elaboración propia

En tanto, de acuerdo a la gráfica del histograma y al test jarque-bera, no puede inferirse que la distribución subyacente se ajuste a la normal.

En síntesis, respecto al análisis del índice Merval:

- Existe evidencia de heteroscedasticidad
- Las bajas están concentradas en períodos muy cortos de tiempo, reforzando la tendencia
- Evidencia de no ajuste a la distribución normal
- Se registra la ocurrencia de eventos extremos (variaciones mayores a tres desvíos estándar).

ACCIONES QUE COMPONEN EL ÍNDICE

Se han seleccionado 5 acciones dentro del total que componen el índice: una del sector petrolero (APBR), una del sector bancario (FRANCES), un del sector siderúrgico (ALUAR) y una del sector textil (ALPA).

A continuación se presenta el resumen de resultados de los testeos y procedimientos explicados en la metodología. Los mismos se sintetizan en el cuadro siguiente.

RESUMEN DE RESULTADOS

	DISTRIBUCIÓN	MODELO AJUSTADO		TEST BDS	HURST	NEGM
MERVAL	Leptocurtica	ARMA (1,1)	GARCH (1)	Rechaza ruido blanco	0,66	Valores negativos
APBR	Leptocurtica	Ninguno		No rechaza ruido blanco	0,51	Valores positivos
FRANCES	Normal	Ninguno		No rechaza ruido blanco	0,53	Valores negativos
ALUAR	Leptocurtica	ARMA (1,1)		Rechaza ruido blanco	0,58	Valores positivos
ALPA	Leptocurtica	Ninguno		No rechaza ruido blanco	0,54	Valores negativos

Como se observa, existen muchas particularidades en los casos analizados, siendo el denominador común la leptocurtosis de la distribución de probabilidad. Respecto al resto de los resultados, los mismos son heterogéneos, no definiendo una dinámica o propiedades estadísticas comunes a todas las series analizadas. En primer lugar, se han encontrado series totalmente estocásticas (FRANCES y ALPA), series con estructura no lineal (MERVAL y ALUAR) y un caso “no determinado” (APBR). Los mismos son comentados a continuación:

En el caso del índice merval, se ha ajustado un modelo de varianza heteroscedastica, pero se ha rechazado la hipótesis de blancura de los residuos, motivo por el cual se desprende evidencia de estructura no lineal en la serie. Esto se condice con el valor del coeficiente de Hurst, el cual arroja un moderado nivel de persistencia de la serie. En tanto, no existe evidencia de caos, lo cual es consistente con los resultados del resto de los algoritmos.

El caso de APBR fue antes mencionado como no determinado porque en primera instancia el proceso parecería ser totalmente estocástico, dado que por un lado no fue posible ajustar ningún modelo lineal y por otro el test BDS no evidencia estructura (lineal ni no-lineal). No obstante, hay evidencia de sensibilidad a las condiciones iniciales, dado que algunas estimaciones del coeficiente de Lyapunov han resultado positivas. Esto puede significar dos cosas: o bien la serie es totalmente estocástica, o bien la no-linealidad es tan profunda que no fue captada por el test BDS y sí por el test NEGM. No obstante, de ser este el caso, en términos operativos el caos de alta dimensionalidad no reviste demasiado interés dado que su tratamiento es análogo al de un proceso puramente estocástico.

El caso de FRANCES parecería ser el “ejemplo” de la hipótesis del random walk de las finanzas clásicas, dado que la serie es normal y puramente estocástica, no encontrándose ninguna contradicción entre los resultados de los testeos aplicados.

En el caso de ALUAR se ha encontrado estructura no lineal y evidencia a favor de sensibilidad a las condiciones iniciales, además de existir comportamiento tendencial, representado por el modelo ARMA y un leve nivel de persistencia.

Por último, esta el caso de ALPA, donde el proceso parecería ser totalmente estocástico (siendo los resultados de los testeos consistentes entre sí), pero evidenciando leptocurtosis.

CONCLUSIONES

La principal conclusión que se deriva de la lectura de los resultados obtenidos es la no existencia de una dinámica totalmente definida en el índice y las acciones seleccionadas. De esto se derivaría que la dinámica del mercado de capitales es de tipo compleja, dentro de la cual se mezclan o combinan estructuras estocásticas, no lineales, heteroscedasticidad, eventos extremos, etc., pero siempre dentro de ciertos límites, es decir, sin divergencia. Lo que sí es cierto que no se dan ninguno de los dos extremos, es decir, que el mercado sea totalmente estocástico o totalmente tendencial, sino una mezcla de ambos, generando dinámicas complejas.

La principal consecuencia de ello es la necesidad de identificar las dinámicas transitorias que se están reflejando en el mercado y en función de ellas derivar los modelos de estimación del riesgo de los activos mas apropiados, teniendo en cuenta que el mercado funciona mediante tendencias que pueden o no sustentarse en el tiempo, pero con la certeza que las mismas se revertirán en algún momento (próximo o lejano) pero sin jamás conocerlo siquiera en forma aproximada (Mandelbrot, 2004). Además, en el caso de los mercados emergentes, la presencia de turbulencia (definida como la combinación de heteroscedasticidad dinámica y bajas concentradas en lapsos muy cortos de tiempo) imprime una componente adicional de riesgo extremo que habitualmente no es incorporada por los modelos clásicos del análisis financiero. Por supuesto, todo esto es profundizado por la alta volatilidad endógena que ostentan las economías latinoamericanas, complicado aún más por la desconfianza en el marco institucional (parámetro que en lugar de actuar como amortiguador de shocks opera en forma contraria en algunas ocasiones).

En síntesis, integrar los elementos mencionados en el marco teórico implica realizar un avance sustancial en la construcción de modelos financieros, avanzando en la comprensión de los denominados “sistemas complejos”, como es el mercado de capitales en general y de regiones emergentes en particular. Por ello, es necesario profundizar el estudio y la aplicación de nuevas áreas de conocimiento, como por ejemplo:

- Dentro del campo estadístico: la teoría de los eventos extremos, la aplicación de distribuciones de de Levy y Pareto y el análisis de fractalidad.
- Dentro del campo de la modelización dinámica: La aplicación de la teoría de la complejidad en general y dinámica no lineal con sensibilidad a las condiciones iniciales (teoría del caos) en particular.
- Dentro del campo de la teoría del comportamiento (supuestos de los modelos): La teoría de la racionalidad acotada y lo vinculado a la psicología cognitiva.

En síntesis, tal vez el desafío de la modelización de los sistemas complejos esté en estudiar los eventos extremos, los sistemas dinámicos inestables y que operan lejos del equilibrio o en equilibrios múltiples y la racionalidad acotada o la importancia fundamental que juega la psicología cognitiva en el proceso de toma de decisiones de los agentes económicos.

ANEXO

EL TEST BDS

El test BDS contrasta la hipótesis de independencia e idéntica distribución. Solamente rechaza la hipótesis nula de ruido blanco, o de errores no correlacionados, con lo cual solamente detecta la presencia o no de estructura, ya sea lineal o no lineal.

Por ello, el testeo de presencia de estructuras no lineales se realiza en forma indirecta: primero se aplica “el mejor modelo lineal (ARMA)” que se ajuste a la serie de datos. Luego, se aplica el test sobre los residuos del modelo estimado. De rechazarse la hipótesis de ruido blanco, se deduce que la estructura remanente es no lineal, bajo el supuesto que toda la estructura lineal fue previamente removida.

Estructura del Test

Se define a X_t como una serie univariada, independiente e idénticamente distribuida para alguna distribución. Se define a

$$P_A = P(|X_t - X_s| < \varepsilon)$$

como la probabilidad que dos puntos estén separados por la distancia ε . En tanto, se define a

$$P_B = P(|X_t - X_s| < \varepsilon, |X_{t-1} - X_{s-1}| < \varepsilon)$$

como la probabilidad que la historia de dos observaciones este dentro del rango ε . Bajo el supuesto de independencia de X_t , los dos eventos contenidos dentro del evento B son independientes y, por lo tanto, $P_B = P_A^2$. Pueden estimarse P_A y P_B , y también $P_B - P_A^2$, que tiene un valor esperado de cero bajo la hipótesis nula. Para estimar la probabilidad que dos vectores de longitud m estén dentro de la distancia ε , se define

$$c_{m,n}(\varepsilon) = \frac{2}{(n-m+1)(n-m)} \sum_{s=m}^n \sum_{t=s+1}^n \prod_{j=0}^{m-1} I_{\varepsilon}(X_{s-j}, X_{t-j})$$

donde,

$$I_{\varepsilon}(X_{s-j}, X_{t-j}) = \begin{cases} 1 & \text{si } |X_{s-j} - X_{t-j}| < \varepsilon \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Siendo n es el tamaño de la muestra y m la dimensión de inserción. Bajo la hipótesis nula de independencia y idéntica distribución,

$$E(C_{m,n}(\varepsilon)) = (E(C_{1,n}(\varepsilon)))^n$$

Luego, el estadístico BDS es

$$w_{m,n}(\varepsilon) = \sqrt{n-m+1} \frac{c_{m,n}(\varepsilon) - c_{1,n-m+1}^m(\varepsilon)}{\sigma_{m,n}(\varepsilon)}$$

que tiene distribución asintóticamente normal $N(0,1)$.

Aplicación del Test

Para realizar el test se deben determinar los valores de dos parámetros: el valor de ε y de la dimensión de inserción. En este trabajo, se utilizará los valores establecidos por default en el software E-Views: $\varepsilon = 0,7$ y $m = 6$.

En tanto, como la muestra es relativamente pequeña, el testeo se corre aplicando un bootstrapping de 20.000 repeticiones, a modo de evitar trabar bajo el supuesto de normalidad⁴.

EL COEFICIENTE DE HURST

En 1951, Hurst introdujo una metodología estadística (“análisis re-escalado”) que permite distinguir sistemas estocásticos de no estocásticos, y la persistencia o antipersistencia de tendencias. Dada una serie de tiempo “t” con “u” observaciones:

$$X_{t,N} = \sum_{u=1}^t (e_u - M_N)$$

Donde:

$X_{t,N}$ = Desviaciones acumuladas en N períodos

e_u = influjo del período u

M_N = promedio de e_u durante N períodos

Se determina el rango “R”, que surge de la diferencia entre los niveles máximos y mínimos observados en la ecuación anterior:

$$R = \text{Max}(X_{t,N}) - \text{Min}(X_{t,N})$$

Donde:

$\text{Max}(X_{t,N})$ = máximo valor de X

$\text{Min}(X_{t,N})$ = mínimo valor de X

A los efectos de comparar diferentes tipos de series, Hurst dividió al rango “R” por el desvío estándar de las observaciones originales. Ese “rango re-escalado” debería ser creciente con el tiempo, por lo que Hurst formuló la siguiente relación:

⁴ Como se verá más adelante, es necesario aplicar tal procedimiento dado que las series analizadas resultan leptocúrticas.

$$R/S = (aN)^H$$

Donde:

R/S: Rango re-escalado o rango con cambio de escala

N: Número de observaciones

a: Constante

H: Exponente de Hurst

La incógnita de la ecuación anterior es el exponente H, el cual se puede despejar fácilmente aplicando una transformación logarítmica. El valor de dicho coeficiente brinda información acerca del nivel de persistencia de la serie estudiada:

- Si $H=0$ la serie es un random walk y por lo tanto podría afirmarse que se comporta en forma estocástica.
- Si $0 < H < 0,5$ la serie presenta estructura, siendo la misma del tipo “antipersistente”. Esto es, es un proceso de reversión a la media: si el valor observado representa un incremento (decremento), la próxima observación debería ser un decremento (incremento). En síntesis, la serie rompe en forma sistemática su tendencia (que en realidad no existe).
- Si $0,5 < H < 1$, la serie también presenta estructura, siendo la misma del tipo “persistente”. En este caso, el proceso mantiene o reafirma su tendencia: un incremento (decremento) debería ser seguido por otro incremento (decremento), y así sucesivamente. Este tipo de tendencia da cuenta de la existencia de “memoria” en el proceso, la cual puede estar generada por relaciones no lineales; incluso, da la posibilidad que la memoria que genera la persistencia de tendencias sea de largo plazo.

EL TEST NEGM

Para estimar el coeficiente de Lyapunov se aplicará el test NEGM, mediante el software LENNS (desarrollado por Nychka, Ellner y Gallant). El mismo es de distribución gratuita y su código puede obtenerse en www-ncsl.postech.ac.kr/en/sotwares.

Se asume que la serie temporal es generada por una función de la forma:

$$x = f(x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}, x_{t-4}, x_{t-5}) + \sigma \cdot e_t$$

Donde $x_t \in \mathfrak{R}^1$ y e_t es una serie de variables i.i.d. con media cero y varianza unitaria.

LENNS estima f mediante una regresión no lineal, y usa el mapa de la función estimada y la serie x_t para estimar el exponente de Lyapunov dominante. Por ello, un posible uso de LENNS es detectar Caos en series generadas por sistemas con ruido.

Esta formulación presenta tres elementos a favor respecto a otros métodos:

- El método permite analizar series que presentan ruido dinámico, y la estimación del exponente se refiere a dicho sistema, y no a uno en el cual el ruido fue filtrado. El método es válido incluso ante presencia de altos niveles de ruido dinámico. No obstante, se asume que los errores de medición son relativamente pequeños comparados con las fluctuaciones de la información.

- El mapa de la función es aproximado mediante una red neuronal, con una sola hilera de neuronas análogas (“hidden units”). El número de tales unidades determina la complejidad del sistema. La salida del programa permite al usuario elegir el número de unidades en base a distintos criterios de selección (como por ejemplo “cross validation”).
- La serie puede ser ajustada en un modelo que presente comportamientos periódicos conocidos.
- Por último, cabe destacar que los parámetros son estimados mediante mínimos cuadrados no lineales.

Las conveniencias de aplicar este método se resumen a continuación.

- Estimación del exponente de Lyapunov mediante regresiones no lineales
- Los métodos de estimación del exponente de Lyapunov se dividen en directos y de regresión. Los métodos directos buscan pares similares de vectores de estado al interior de la serie y estiman cómo divergen las trayectorias subsecuentes. Este tipo de procedimiento es sensible al ruido dinámico, dado que las trayectorias comparadas no tendrán la misma secuencia de shocks estocásticos y divergirán por efecto del componente aleatorio aún si el exponente fuese negativo, por lo cual se obtienen sobreestimaciones del mismo.
- Los métodos de regresión generan la estimación del coeficiente a través del paso intermedio de estimar f y sus derivadas. El estimador obtenido es consistente. En series cortas provenientes de “sistemas ruidosos”, se han obtenido resultados más confiables utilizando métodos regresivos globales no lineales basados en redes neuronales, método que se aplicará en este trabajo. Los casos típicos de caos de baja dimensión (Henon, Rossler) son bien estimados mediante redes neuronales.

BIBLIOGRAFÍA

- Casparri, María Teresa – “*La Teoría de los Valores Extremos. Sus implicancias en épocas de crisis*”. - Anales de las XI Jornadas Actuariales – FCE – UBA - 2004
- Elton & Gruber - *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis* - Ed. J. Wiley - 5ta edición - 1995
- Damodaran Aswath - “*Corporate finance*” – Ed. John Wilwy & Sons - 2da edición - 2001.
- Espen, Gaarder Haug - *Option Pricing Formulas* – Ed. McGraw-Hill - 2006
- Fernández Díaz, Andrés, *Dinámica Caótica en Economía*. Universidad Complutense de Madrid. Mc Graw Hill - 2002
- George Soros - *The New Paradigm for Financial Markets: The Credit Crisis of 2008 and What It Means* - 2009
- Hull, J. - *Options, Futures and other derivatives* - Ed. Prentice Hall – 3ra Edición - 1996
- J. Barkley Rosser - *From Catastrophe to Chaos: A General Theory of Economic Discontinuities: Mathematics, Microeconomics, Macroeconomics, and Finance* – Ed. Springer - 2000
- Lamothe, P. - *Opciones financieras: un enfoque fundamental* – Ed. Mc Graw Hill - 1993
- Mandelbrot, Benoit - *The (Mis) Behavior of Markets*. EE.UU. Ed. Basic Books - 2004
- Mandelbrot, Benoit - *Fractals and Scaling in Finance*. Ed. Springer - 1997
- Peters, Edgard - *Chaos and Order in Capital Markets*. Wiley Finance Edition - 1996
- Pliska, Stanley. *Introudction to Mathematical Financ: Discrete time models* – Ed. Wiley - 1994
- Prigogine, Yllia; Stengers, Isabelle – *La Nueva Alianza: Metamorfosis de la Ciencia* - E. Alianza – 2002.

Samentband, Moisés José, *Entre el orden y el caos: la complejidad*. Fondo de Cultura Económica – 1994

Ellner, Nychka and Gallant (1992), *LENNS, a program to estimate the dominant Lyapunov exponent of noisy nonlinear systems from time series data*. Institute of Statistics Mimeo Series # 2235, Statistics Department, North Carolina State University.