Un model de determinació del PIB

1. Descripció del model

El model parteix de la identitat de saldos en el cas on no hi ha sector exterior (o, alternativament, assumint que el saldo del sector exterior sempre és zero):

$$SPN = DP$$
$$S - I = G - T$$

Suposem que inversió i despesa pública són constants

$$I = \bar{I}$$
$$G = \bar{G}$$

i que estalvi i recaptació impositiva depenen linealment i positiva del PIB, designat per Y,

$$S = s \cdot Y$$
$$T = t \cdot Y$$

on s és la taxa d'estalvi (la fracció del PIB estalviada) i t és la taxa impositiva (la fracció del PIB que recapta el govern). Per tant,

$$s \cdot Y - \bar{I} = \bar{G} - t \cdot Y.$$

Aïllant Y,

$$Y = \frac{\bar{I} + \bar{G}}{s + t}.$$

Aquesta fórmula indica que el PIB és una múltiple de la despesa autònoma $\bar{I} + \bar{G}$.

També indica que el PIB depèn:

- positivament de la inversió autònoma $\bar{I}$;
- positivament de la despesa pública autònoma $\bar{G}$;
- negativament de la taxa d'estalvi s; i
- negativament de la taxa impositiva t.

A més, si la taxa d'estalvi i la taxa impositiva es mantenen constants, es dedueix que un canvi $\Delta(\bar{I} + \bar{G})$ en la despesa autònoma total implica un canvi ΔY del PIB igual a

$$\Delta Y = \frac{1}{s + t} \cdot \Delta(\bar{I} + \bar{G}).$$

2. Exemple numèric

Sigui $A = \bar{I} + \bar{G}$ i $\alpha = s + t$. Suposem que $s = \frac{1}{5}$, $t = \frac{2}{5}$ i $\Delta A = 120$.

Per la fórmula anterior, l'augment de 120 en la despesa autònoma genera un augment del PIB igual a

$$\Delta Y = \frac{1}{s+t} \cdot \Delta(\bar{I} + \bar{G}) = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{2}{5}} \cdot 120 = \frac{5}{3} \cdot 120 = 200.$$

Això significa que s'ha produït un efecte multiplicador: 120 unitats addicionals de despesa s'han traduït en 200 unitats addicionals de PIB. S'anomena '<u>multiplicador de la despesa</u>' al terme

$$\frac{1}{s+t}.$$

En l'exemple, el valor del multiplicador de la despesa és $\frac{5}{3}$: cada unitat extra de despesa autònoma genera $\frac{5}{3}$ d'unitats de PIB.

La següent taula il·lustra com es produeix l'efecte multiplicador, tot recordant que $DA = C + I + G$ i assumint que el PIB s'ajusta sempre per a igualar-se amb la demanda agregada DA; això és, $\Delta Y = \Delta DA$.

A més, la variació $\Delta Y - \Delta T$ de la renda disponible és la suma $\Delta C + \Delta S$ de la variació del consum i la variació de l'estalvi. En concret, atès que $\Delta T = t \cdot \Delta Y$ i $\Delta S = s \cdot \Delta Y$, la <u>variació del consum</u> és $\Delta C = \Delta Y - \Delta T - \Delta S = \Delta Y - t \cdot \Delta Y - s \cdot \Delta Y = (1 - t - s) \cdot \Delta Y = \frac{2}{5} \cdot \Delta Y$.

període	ΔDA	ΔY	ΔC	$\Delta S + \Delta T$
1	120	120	48	72
2	48	48	19,2	28,8
3	19,2	19,2	7,68	11,52
4	7,68	7,68	3,072	4,608
5	3,072	3,072	1,2288	1,8432
6	1,2288	1,2288	0,49152	0,73728
7	0,49152	0,49152	0,196608	0,294912
	...	...	...	...
SUMA	200	200	80	120

L'increment ΔDA en el període 1 es correspon amb l'augment exogen $\Delta A = 120$. A partir del període 2, $\Delta DA = \Delta C$: tot augment de demanda agregada genera un augment de renda (PIB) en el mateix període, el qual indueix un augment de consum en el període següent.

Els valors de la taula resulten d'aplicar les següents fórmules, amb $A = 120$ i $\alpha = \frac{5}{3}$:

període	ΔDA	ΔY	ΔC	$\Delta S + \Delta T$
1	A	A	A(1−α)	Aα
2	A(1−α)	A(1−α)	$A(1-\alpha)^2$	Aα(1−α)
3	$A(1-\alpha)^2$	$A(1-\alpha)^2$	$A(1-\alpha)^3$	$A\alpha(1-\alpha)^2$
4	$A(1-\alpha)^3$	$A(1-\alpha)^3$	$A(1-\alpha)^4$	$A\alpha(1-\alpha)^3$
5	$A(1-\alpha)^4$	$A(1-\alpha)^4$	$A(1-\alpha)^5$	$A\alpha(1-\alpha)^4$
	…	…	…	
SUMA	B	B	C	D

La suma B és

$$B = A + A(1-\alpha) + \; A(1-\alpha)^2 + A(1-\alpha)^3 + \cdots$$

Anomenant $\beta = 1 - \alpha$,

$$B = A \cdot (1 + \beta + \; \beta^2 + \beta^3 + \cdots).$$

Però

$$1 + \beta + \; \beta^2 + \beta^3 + \cdots = 1 + \beta \cdot (1 + \beta + \; \beta^2 + \beta^3 + \cdots)$$

Així, designant $S = 1 + \beta + \; \beta^2 + \beta^3 + \cdots$, resulta que

$$S = 1 + \beta \cdot S.$$

Aïllant-ne S,

$$S = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{\alpha}.$$

En resum, la suma total B de tots els increments de PIB és

$$B = A \cdot S = \frac{A}{\alpha}$$

que és la fórmula que estableix l'increment del PIB en el model.

Es deixa com a exercici comprovar que la suma C de tots els consums és

$$C = A \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha}.$$

En l'exemple numèric, $\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{2}{3}$. Com que el valor A representant l'augment de despesa és 120, l'augment total de consum és

$$\Delta C = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80.$$

El valor de la suma D és la difèrencia $B - C$ (ja que $B = C + D$).

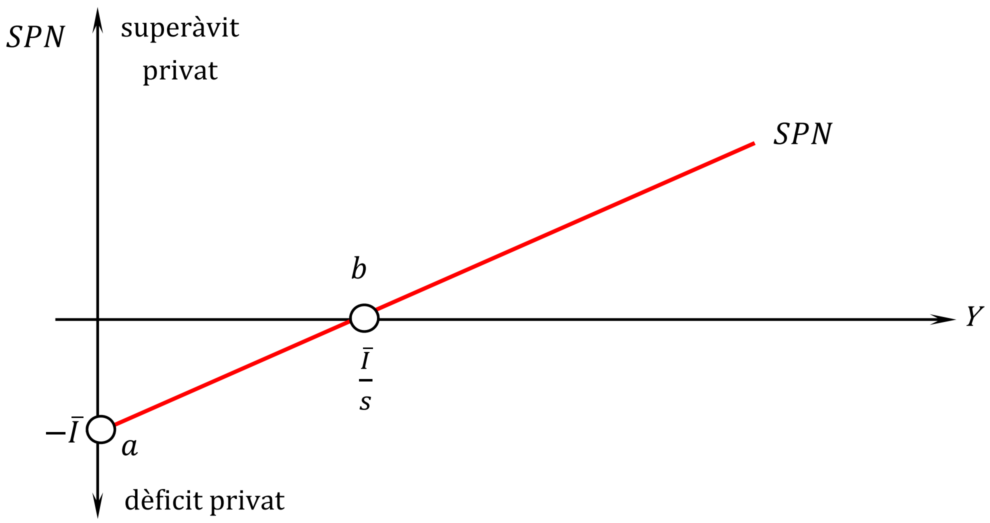
3. Representació gràfica

En el model, la funció SPN pren la forma

$$SPN = S - I = s \cdot Y - \bar{I}.$$

En tractar-se d'una funció lineal del PIB, per a representar-la gràficament n'hi ha prou amb identificar dos punts de la funció i unir-los. Dos punts fàcils de calcular són aquells on $Y = 0$ i on $SPN = 0$. A més, com que SPN depèn positivament d'Y, la funció serà creixent amb Y.

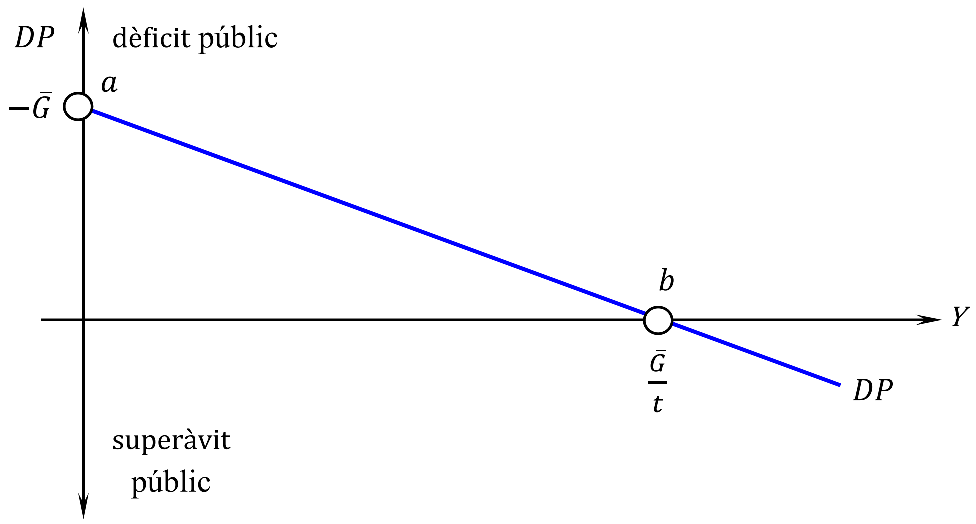
Primer, si $Y = 0$, aleshores $SPN = -\bar{I}$. Per tant, la recta que defineix la funció passa pel punt $(Y, SPN) = (0, -\bar{I})$. És el punt a de la gràfica a continuació.



Segon, si $SPN = 0$, aleshores cal que $Y = \bar{I}/s$. Així, la recta que defineix la funció passa pel punt $(Y, SPN) = (\bar{I}/s, 0)$. És el punt b de la gràfica anterior.

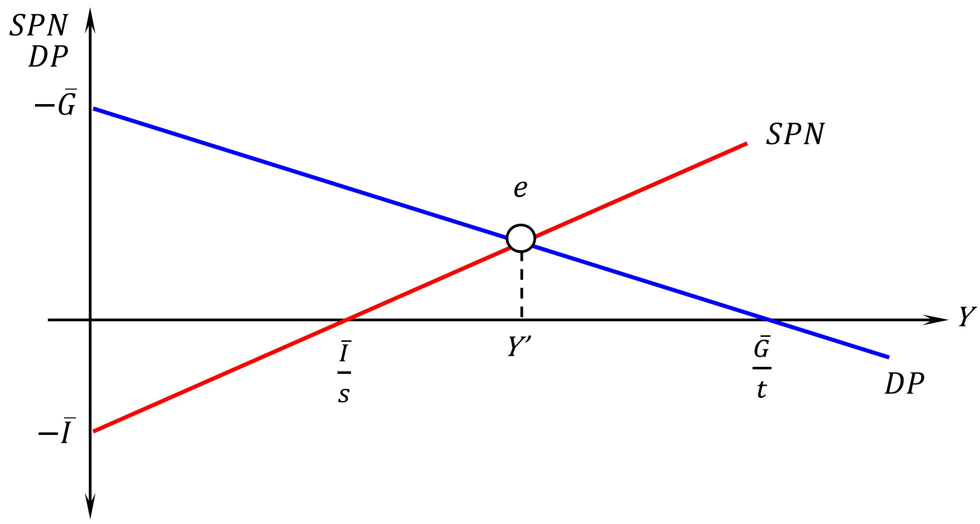
En el model, la funció DP pren la forma

$$DP = G - T = \bar{G} - t \cdot Y.$$

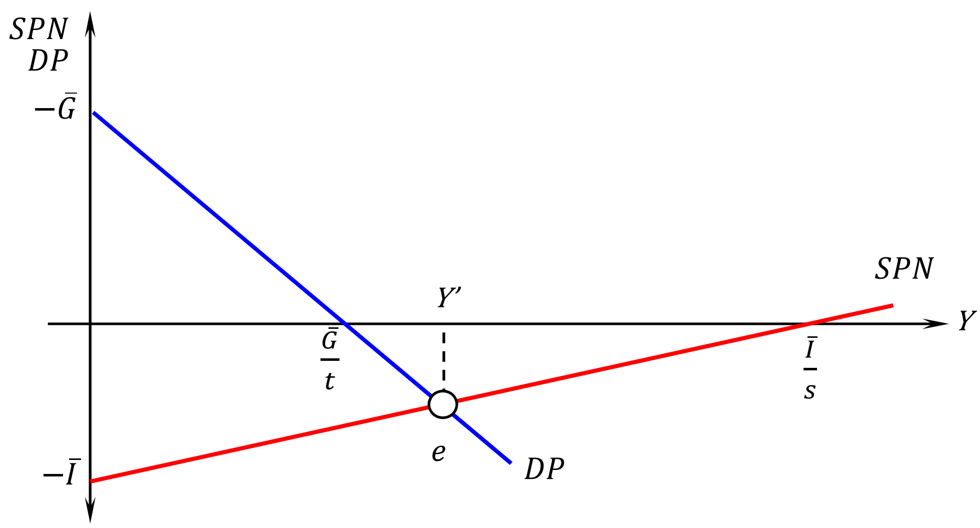


Com en el cas de la funció SPN, DP és una funció lineal del PIB. Ara, però, DP decreix amb Y. La gràfica a continuació representa la funció DP.

El valor $Y' = \frac{\bar{I}+\bar{G}}{s+t}$ del PIB que compleix la identitat $SPN = DP$ és aquell on s'intersecten les dues rectes. La següent gràfica identifica aquest valor en el cas $\frac{\bar{I}}{s} < \frac{\bar{G}}{t}$. Atès que la intersecció es produeix en el quadrant superior, hi ha dèficit públic (i superàvit privat de la mateixa magnitud).



La gràfica a continuació presenta el cas $\frac{\bar{I}}{s} > \frac{\bar{G}}{t}$. Ara la intersecció es produeix en el quadrant inferior i, com a conseqüència, hi ha superàvit públic (i dèfict privat de la mateixa magnitud).



4. Models alternatius

Dividint la identitat de saldos

$$SPN = DP + XN$$

pel PIB Y es manté la identitat:

$$\frac{SPN}{Y} = \frac{DP}{Y} + \frac{XN}{Y}.$$

Cada terme mesura el saldo sectorial corresponent com a proporció del PIB. Per exemple, si $Y = 60$, $SPN = 20$, $DP = 30$ i $XN = -10$,

$$\frac{SPN}{Y} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{DP}{Y} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{XN}{Y} = -\frac{10}{60} = \frac{1}{6}.$$

Aquests valors indiquen que el saldo privat net és un terç del PIB, el dèficit públic és la meitat del PIB i el saldo exterior és (en termes absoluts) un sisè del PIB.

En percentatges, un dèficit públic del 50% del PIB combinat amb un dèficit comercial del $16,\hat{6}$% del PIB comporta un saldo privat net del $33,\hat{3}$% del PIB.

De la nova identitat $\frac{SPN}{Y} = \frac{DP}{Y} + \frac{XN}{Y}$ es dedueix una altra: la variació $\Delta\left(\frac{SPN}{Y}\right)$ del saldo privat net en relació amb el PIB és la variació $\Delta\left(\frac{DP}{Y}\right)$ del dèficit públic en relació amb el PIB més la variació $\Delta\left(\frac{XN}{Y}\right)$ de les exportacions netes en relació amb el PIB:

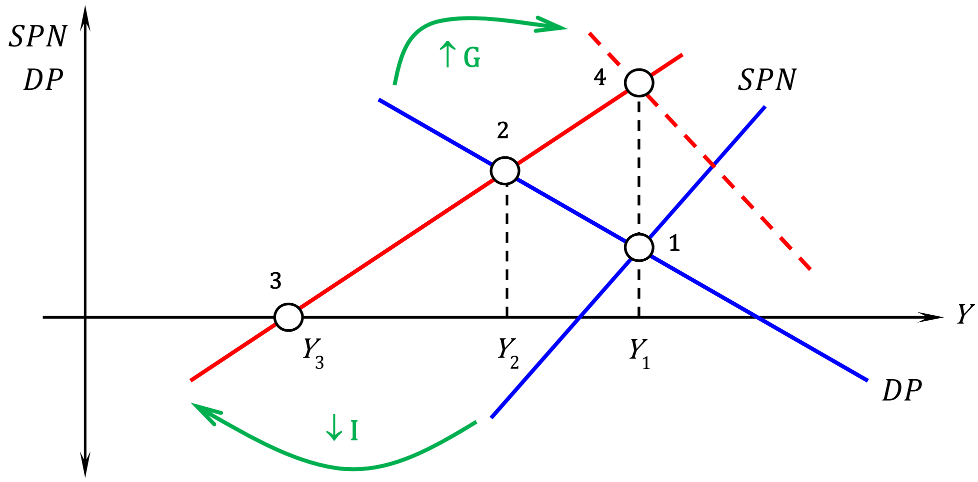
$$\Delta\left(\frac{SPN}{Y}\right) = \Delta\left(\frac{DP}{Y}\right) + \Delta\left(\frac{XN}{Y}\right).$$

Models alternatius de determinació del PIB es poden construir partint de qualsevol de les dues noves identitats. En el cas de la primera, caldria postular una equació que expliqui de què depèn cada terme $\frac{SPN}{Y}$, $\frac{DP}{Y}$ i $\frac{XN}{Y}$. En el cas de la segona, les equacions haurien d'expressar de què depèn el canvi d'aquestes magnituds.

La identitat de saldos també es podria emprar com a punt de partida per a definir un model basat en les taxes de variació dels saldos sectorials i on l'objectiu fos determinar la taxa de variació del PIB (i no el seu valor).

5. Resposta a xocs negatius de despesa privada

El punt **1** de la gràfica a continuació representa l'estat inicial de l'economia. Es produeix una reducció de la inversió **I**, que desplaça la recta SPN de saldo privat net a l'esquerra. L'economia assoleix el punt **2**, on el PIB Y_2 és inferior al valor inicial Y_1. Hi ha dues respostes bàsiques al xoc negatiu de la despesa privada.



(i) La <u>resposta ortodoxa</u> al xoc és aplicar <u>mesures d'austeritat</u> adreçades a equilibrar el saldo del sector públic. Atès que el PIB ha disminuït com a conseqüència de la reducció de la despesa en inversió (cau d'Y_1 a Y_2) i atès que la recaptació impositiva és proporcional al PIB, es produeix una disminució dels ingressos del sector públic. Això incrementa el dèficit públic. Una manera ràpida de provar de reduir-lo és disminuir la despesa pública **G** (la via alternativa seria apujar la taxa impositiva, que en general comporta tràmits legislatius més lents). Si l'objectiu de política fiscal és reduir a zero el dèficit, el model representa aquesta mesura d'austeritat mitjançant un desplaçament de la recta DP fins que intersecti la nova recta SPN i l'eix horitzontal (eix que indica dèficit públic zero). El resultat és que l'economia arribaria al punt **3**, on el PIB es contrau encara més (en passar d'Y_2 a Y_3).

(ii) La <u>resposta heterodoxa</u> és neutralitzar l'efecte negatiu sobre el PIB de la caiguda d'**I** amb un increment de **G**. Aquesta mesura desplaçaria la recta DP cap a la dreta, fins que intersecti la nova recta SPN i la recta vertical traçada sobre el valor inicial Y_1 del PIB. Ara l'economia se situaria en el punt **4**, on s'ha compensat l'efecte negatiu sobre el PIB causat per la contracció de la despesa privada. En aquest cas, la despesa pública ha reemplaçat la despesa privada perduda.