

Exercici 1 (30%)

- Hi ha un únic bé, que no es pot produir ni acumular.
- Començant per $t = 1$, cada període neixen n individus. Els nascuts en un període senar viuen quatre períodes consecutius. Els nascuts en un de parell en viuen dos.
- Tot individu en el seu darrer període de vida té la funció d'utilitat $u = c$, on c és el consum del bé de l'individu en el darrer període.
- Els nascuts en un període parell tenen, de joves, la funció d'utilitat $u = c^\beta \cdot (c')^{1-\beta}$, on c és el consum del bé de l'individu de jove i c' el consum en el període següent, de gran.
- Els nascuts en un període senar tenen, cada període diferent del darrer període de vida, la funció d'utilitat $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé de l'individu en el període i c' el consum en el període següent.
- La dotació dels nascuts en un període parell és una unitat del bé de joves i, de grans, una unitat del bé menys el consum del bé fet de joves (per tant, consumir més de jove comporta tenir una dotació inferior de grans).
- Calcula l'equilibri en el mercat de préstecs cada període en un dels dos casos següents:
 - cas 1: la dotació dels nascuts en un període senar és $(1, 0, 0, 1)$, això és, una unitat del bé en el primer i darrer períodes de vida i cap unitat en els restants;
 - cas 2: la dotació dels nascuts en un període senar és $(1, 0, 1, 0)$ en els períodes 1, 5, 9, 13... i $(0, 1, 0, 1)$ en els períodes 3, 7, 11, 15...

Exercici 2 (30%)

- Hi ha un únic bé, que no es pot produir ni acumular.
- Començant per $t = 1$, cada període neixen n individus, que viuen tres períodes consecutius.
- Tot individu en el seu darrer període de vida té la funció d'utilitat $u = c$, on c és el consum del bé de l'individu en el darrer període.
- En el primer període de vida, tot individu té la funció d'utilitat $u = c \cdot c' \cdot c''$, on c és el consum del bé de l'individu en el primer període, c' el consum en el segon i c'' en el tercer.
- En el segon període de vida, tot individu té la funció d'utilitat $u' = (c')^\beta \cdot (c'')^{1-\beta}$, on c' és el consum del bé en el segon període i c'' el consum en el tercer.
- Tot individu té la dotació $(0, 1, 0)$: una unitat del bé en el segon període de vida i cap en els restants.
- Hi ha un govern que fa una transferència de τ unitats del bé (en concepte de renda mínima vital) a cada individu en el seu primer període de vida.

- En el període inicial $t = 1$ el govern disposa de la quantitat de bé necessària i suficient per a fer la transferència. Des del període $t = 2$ el govern finança la transferència mitjançant l'emissió de bons. L'emissió de bons també s'empra per a pagar el deute generat per les emissions prèvies de bons. Cada període el govern iguala ingressos (de l'emissió dels bons) i despeses (derivades de la transferència i del pagament del deute públic generat per les emissions anteriors de bons).
- Els bons que emet el govern tenen un venciment de dos períodes: cada bo emès en un període t paga una unitat del bé en $t + 2$ a canvi de pagar en t el preu p del bo.
- Determina l'expressió que estableix la dinàmica d'acumulació o desacumulació del deute públic i identifica els estats estacionaris d'aquesta dinàmica.

Exercici 3 (40%)

- Hi ha un únic bé, que es pot produir i acumular.
- Cada període hi ha dos grups d'individus, G1 i G2.
- Cada període neixen n individus de G1, que viuen dos períodes consecutius. Els membres de G1 poden acumular el bé però no poden tenir fills.
- Els membres de G2 no poden acumular el bé, però sí tenir fills. S'entén que els membres de G2 també viuen dos períodes (atès que en el període addicional d'infantesa es consideren inactius).
- Hom disposa d'una unitat de treball en el seu primer període de vida i de cap en el segon.
- La funció d'utilitat de tot jove de G1 és $u = \ln c + \alpha \cdot \ln c'$, on c és el consum de jove, c' el consum de gran, $\alpha > 0$ és una constant i \ln és el logaritme neperià. La funció d'utilitat de tot jove de G2 és $u = \alpha \cdot \ln c + \ln c'$. Tot individu gran té la funció d'utilitat $u' = c'$.
- El bé es pot produir cada període $t \geq 2$ amb la funció de producció agregada $Y = 3 \cdot K^{1/3} \cdot L^{2/3}$, on Y és la quantitat de bé produïda en el període, K l'estoc de capital disponible en el període (estoc acumulat en el període anterior) i L el total d'unitats de treball del període. En el període inicial, $Y = L$.
- El salari ω_2 en unitats del bé que reben els membres de G2 és el doble del salari ω_1 en unitats del bé que reben els membres de G1.
- Per a tot període $t \geq 2$, la remuneració σ del capital en t i els salaris ω_1 i ω_2 del treball en t satisfan $\sigma \cdot K = \omega_1 \cdot L_1 + \omega_2 \cdot L_2$, on L_1 són les unitats de treball que aporten els membres de G1 i L_2 són les unitats de treball que aporten els membres de G2. Aquesta condició diu que el total de pagaments fets al factor capital és igual al total de pagaments fets al factor treball.
- Cada període la producció es distribueix entre els dos factors de producció: en $t = 1$, $Y = \omega_1 \cdot L_1 + \omega_2 \cdot L_2$ i, en $t \geq 2$, $Y = \sigma \cdot K + \omega_1 \cdot L_1 + \omega_2 \cdot L_2$.
- Per als membres de G2, cada fill té un cost de γ unitats del bé. A més, cada fill ha de pagar al seu pare (quan el fill és jove i el pare gran) una pensió de p unitats del bé.
- Determina les expressions que estableixen la trajectòria d'acumulació del capital total i la dinàmica de la població total. A cada cas, identifica els estats estacionaris.