Un model de determinació del PIB

1. Descripció del model

El model parteix de la identitat de saldos en el cas on no hi ha sector exterior (o, alternativament, assumint que el saldo del sector exterior sempre és zero):

$$SPN = DP$$
$$S - I = G - T$$

Suposem que inversió i despesa pública són constants

$$I = \bar{I}$$
$$G = \bar{G}$$

i que estalvi i recaptació impositiva depenen linealment i positiva del PIB, designat per Y,

$$S = s \cdot Y$$
$$T = t \cdot Y$$

on s és la taxa d'estalvi (la fracció del PIB estalviada) i t és la taxa impositiva (la fracció del PIB que recapta el govern). Per tant,

$$s \cdot Y - \bar{I} = \bar{G} - t \cdot Y.$$

Aïllant Y,

$$Y = \frac{\bar{I} + \bar{G}}{s + t}.$$

Aquesta fórmula indica que el PIB és una múltiple de la despesa autònoma $\bar{I} + \bar{G}$.

També indica que el PIB depèn:

- positivament de la inversió autònoma $\bar{I}$;
- positivament de la despesa pública autònoma $\bar{G}$;
- negativament de la taxa d'estalvi s; i
- negativament de la taxa impositiva t.

A més, si la taxa d'estalvi i la taxa impositiva es mantenen constants, es dedueix que un canvi $\Delta(\bar{I} + \bar{G})$ en la despesa autònoma total implica un canvi ΔY del PIB igual a

$$\Delta Y = \frac{1}{s + t} \cdot \Delta(\bar{I} + \bar{G}).$$

2. Exemple numèric

Sigui $A = \bar{I} + \bar{G}$ i $\alpha = s + t$. Suposem que $s = \frac{1}{5}$, $t = \frac{2}{5}$ i que $\Delta A = 120$.

Per la fórmula anterior, l'augment de 120 en la despesa autònoma genera un augment del PIB igual a

$$\Delta Y = \frac{1}{s+t} \cdot \Delta(\bar{I} + \bar{G}) = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{2}{5}} \cdot 120 = \frac{5}{3} \cdot 120 = 200.$$

Això significa que s'ha produït un efecte multiplicador: 120 unitats addicionals de despesa s'han traduït en 200 unitats addicionals de PIB. S'anomena 'multiplicador de la despesa' al terme

$$\frac{1}{s+t}.$$

En l'exemple, el valor del multiplicador de la despesa és $\frac{5}{3}$: cada unitat extra de despesa autònoma genera $\frac{5}{3}$ d'unitats de PIB.

La següent taula il·lustra com es produeix l'efecte multiplicador, tot recordant que $DA = C + I + G$ i assumint que el PIB s'ajusta sempre per a igualar-se amb la demanda agregada DA; això és, $\Delta Y = \Delta DA$.

període	ΔDA	ΔY	ΔC	$\Delta(S+T)$
1	120	120	48	72
2	48	48	19,2	28,8
3	19,2	19,2	7,68	11,52
4	7,68	7,68	3,072	4,608
5	3,072	3,072	1,2288	1,8432
6	1,2288	1,2288	0,49152	
7	0,49152	0,49152	0,196608	
	…	…	…	
SUMA	200	200	80	

L'increment ΔDA en el període 1 es correspon amb l'augment exogen $\Delta A = 120$. A partir del període 2, $\Delta DA = \Delta C$: tot augment de demanda agregada genera un augment de renda (PIB) en el mateix període, el qual indueix un augment de consum en el període següent.

Els valors de la taula resulten d'aplicar les següents fórmules, amb A = 120 i $\alpha = \frac{5}{3}$:

període	ΔDA	ΔY	ΔC	$\Delta(S+T)$
1	A	A	A(1−α)	Aα
2	A(1−α)	A(1−α)	$A(1-\alpha)^2$	Aα(1−α)
3	$A(1-\alpha)^2$	$A(1-\alpha)^2$	$A(1-\alpha)^3$	$A\alpha(1-\alpha)^2$
4	$A(1-\alpha)^3$	$A(1-\alpha)^3$	$A(1-\alpha)^4$	$A\alpha(1-\alpha)^3$
5	$A(1-\alpha)^4$	$A(1-\alpha)^4$	$A(1-\alpha)^5$	$A\alpha(1-\alpha)^4$
	...	...	...	
SUMA	B	B	C	

La suma B és

$$B = A + A(1-\alpha) + A(1-\alpha)^2 + A(1-\alpha)^3 + \cdots$$

Anomenant $\beta = 1 - \alpha$,

$$B = A \cdot (1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \cdots).$$

Però

$$1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \cdots = 1 + \beta \cdot (1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \cdots)$$

Així, designant $S = 1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \cdots$, resulta que

$$S = 1 + \beta \cdot S.$$

Aïllant-ne S,

$$S = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{\alpha}.$$

En resum, la suma total B de tots els increments de PIB és

$$B = A \cdot S = \frac{A}{\alpha}$$

que és la fórmula que estableix l'increment del PIB en el model.

Es deixa com a exercici comprovar que la suma C de tots els consums és

$$C = A \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha}.$$

En l'exemple numèric, $\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{2}{3}$. Com que el valor A representant l'augment de despesa és 120, l'augment total de consum és

$$\Delta C = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80.$$