

## Respon almenys dues de les següents preguntes

**1. Fills.** Hi ha un únic bé. El bé pot ser produït fent servir emprant el factor de producció treball. La funció de producció agregada en el període  $t$  és  $Y_t = A \cdot L_t^\alpha$ , on  $Y_t$  és la quantitat de bé produïda en el període  $t$ ;  $L_t$  és la quantitat de treball emprada en la producció del bé en el període  $t$ ;  $\alpha$  és un número entre 0 i 1; i  $A$  representa la contribució d'altres factors a la producció.

Els agents que aporten treball, i duen a terme la producció, s'anomenen camperols. La producció  $y_t$  per camperol en el període  $t$  és  $y_t = Y_t/L_t$ . Tots els camperols són idèntics i viuen tres períodes consecutius.

En el seu primer període de vida un camperol és econòmicament inactiu i ha de ser sostingut pel seu progenitor.

En el segon període de vida cada camperol decideix quants fills tenir (les famílies són monoparentals); tot camperol esdevé econòmicament actiu i empra tota la seva dotació de treball (una unitat de treball), amb independència de la renda que n'obtingui; la renda d'un camperol en el període  $t$  és igual a la producció  $y_t$  per camperol en el període  $t$ ; la renda de cada camperol només es pot destinar a consumir i a criar fills, on el cost associat amb la tinença i cria de fills és un valor fix de  $\gamma > 0$  unitats de bé per fill.

En el seu tercer període de vida un camperol només consumeix i la seva font de renda és una pensió de  $p$  unitats del bé que li paga cadascun dels fills que va tenir en el segon període de vida.

La funció d'utilitat de cada camperol en el seu segon període  $t$  de vida és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot n_t$ , on  $c_t$  és la quantitat de bé que consumeix el camperol en el període  $t$ ,  $c_{t+1}$  és la quantitat de bé que consumeix el camperol en el període  $t + 1$  (el darrer període de vida del camperol) i  $n_t$  és el nombre de fills que el camperol ha triat tenir en el període  $t$ .

Respon almenys una de les següents preguntes.

- (i) Determina la trajectòria de creixement de la població i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria.
- (ii) Determina la trajectòria de creixement de la producció per càpita i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria.
- (iii) Determina la trajectòria de creixement de la producció per càpita i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si, en comptes de rebre una pensió dels fills, els camperols poden acumular renda en el segon període per a ser emprada en el tercer període.
- (iv) Determina la trajectòria de creixement de la població i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si els camperols també poden tenir fills en el tercer període de vida i la seva funció d'utilitat en el tercer període és  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot n_{t+1}$ , on  $n_{t+1}$  és el nombre de fills tinguts en el darrer període de vida  $t + 1$ .

**2. Vida curta i vida llarga.** Hi ha un únic bé, que no es pot produir ni acumular, però es pot prestar.

Cada període parell neixen dos grups d'individus, G1 i G2, el primer grup format per  $n$  membres idèntics i el segon per  $m$  d'idèntics. Cada període senar neix només el grup G1.

Els membres de G1 viuen dos períodes consecutius. La dotació de cada membre de G1 és de zero unitats del bé en el primer període de vida i dues unitats en el segon. Tot membre de G1 nascut en  $t$  té a com a funció d'utilitat  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva,  $c_t$  és el consum en el primer període i  $c_{t+1}$  és el consum en el segon període de vida. En el segon període la utilitat coincideix amb el consum del període.

Els membres de G2 viuen tres períodes consecutius. La dotació de cada membre de G2 és d'una unitat del bé en el primer període de vida, cap en el segon i una en el tercer. La funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$  en el seu primer període de vida i  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$  en el seu segon període, on  $c_t$ ,  $c_{t+1}$  i  $c_{t+2}$  és el consum en el primer, segon i tercer períodes, respectivament. En el darrer període la utilitat coincideix amb el consum del període.

Respon almenys una de les següents preguntes.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si tots els individus que neixen en els períodes senars pertanyen a G2.
- (iii) Calcula l'equilibri general competitiu si els individus que neixen en els períodes senars pertanyen, alternativament, a G1 i a G2.
- (iv) Calcula l'equilibri general competitiu si en els períodes parells només neixen els membres de G2 i en els períodes senars només neixen els membres de G1.

**3. Pensions i deute públic.** Hi ha un únic bé, que no es pot produir, acumular, ni prestar entre individus. Cada període neixen dos grups d'individus, G1 i G2, el primer grup format per  $n$  membres i el segon per  $m$ .

Cada individu viu dos períodes consecutius. Hom té les mateixes funcions d'utilitat: en el primer període  $t$  de vida,  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva,  $c_t$  és el consum en el primer període i  $c_{t+1}$  és el consum en el segon període de vida; en el segon període  $t + 1$ , la funció és  $u_{t+1} = c_{t+1}$ .

Els membres de G1 tenen, com a dotació, una unitat del bé en el primer període de vida i cap en el segon.

Els membres de G2 tenen, com a dotació, cap unitat del bé en el primer període de vida i una en el segon.

Hi ha un govern que, cada període, paga una pensió de  $q$  unitats del bé (més endavant s'especifica qui rep la pensió). La pensió es finança amb l'emissió de títols de deute públic: cada període el govern emet títols que prometen pagar una unitat del bé en el període següent; els individus poden comprar títols pagant el preu de  $p$  unitats del bé per títol. El mercat de deute públic és competitiu:  $p$  és un preu que iguala oferta i demanda de títols.

El govern equilibra el pressupost cada període: l'ingrés obtingut per l'emissió de títols coincideix amb la despesa total (pagament de la pensió i pagament del deute contret el període anterior). El pagament del deute es fa emetent nous títols de deute.

Respon almenys una de les següents preguntes.

- (i) Determina la trajectòria d'acumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la pensió es paga als joves de G2.
- (ii) Determina la trajectòria d'acumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la pensió es paga als joves de G2 i als grans de G1.
- (iii) Determina la trajectòria d'acumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la pensió es paga als tots els joves.
- (iv) Determina la trajectòria d'acumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la pensió es paga a tothom tret dels joves de G1.
- (v) Determina la trajectòria d'acumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la pensió es paga a tots els grans.
- (vi) Determina la trajectòria d'acumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la pensió es paga a tothom.

**4. Acumulació de capital.** Hi ha un únic bé, que pot produir-se i acumular-se. Cada període neixen  $n$  d'individus idèntics. Cada individu viu dos períodes consecutius.

Hom té les mateixes funcions d'utilitat: en el primer període  $t$  de vida,  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ , on  $\beta$  és una constant positiva,  $c_t$  és el consum en el primer període i  $c_{t+1}$  és el consum en el segon període de vida; en el segon període  $t + 1$ , la funció és  $u_{t+1} = c_{t+1}$ .

Tot individu disposa, com a dotació, d'una unitat de treball en el seu primer període i de cap en el segon. La funció de producció agregada en el període  $t$  és  $Y_t = K_t^\alpha \cdot L_t^{1-\alpha}$ , on  $\alpha$  és un número entre 0 i 1,  $L_t$  és la quantitat total de treball en  $t$  i  $K_t$  és la quantitat total del bé acumulada en el període anterior (capital).

Cada període, tota la producció es destina a retribuir treball i capital, de manera que la retribució total del treball (salari multiplicat per la quantitat de treball) és  $\alpha$  vegades la retribució total del capital (preu del capital per la quantitat de capital).

Respon almenys una de les següents preguntes.

- (i) Determina la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria.
- (ii) Determina la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la retribució total del capital és  $\alpha$  vegades la retribució total del treball.
- (iii) Determina la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la retribució total del capital és  $1 - \alpha$  vegades la retribució total del treball.
- (iv) Determina la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la retribució total del treball és  $1 - \alpha$  vegades la retribució total del capital.
- (v) Determina la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la retribució total del capital és  $\beta$  vegades la retribució total del treball.
- (vi) Determina la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la retribució total del treball és  $\beta$  vegades la retribució total del capital.
- (vii) Determina la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la retribució total del capital és  $\frac{\alpha}{1-\alpha}$  vegades la retribució total del treball.

**5. Acumulació i préstecs.** Hi ha un únic bé, que pot produir-se i, en certs casos, acumular-se. Cada període neixen dos grups d'individus, G1 i G2, el primer grup format per  $n$  membres i el segon per  $m$ .

Cada individu viu dos períodes consecutius. Hom té les mateixes funcions d'utilitat: en el primer període  $t$  de vida,  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva,  $c_t$  és el consum en el primer període i  $c_{t+1}$  és el consum en el segon període de vida; en el segon període  $t + 1$ , la funció és  $u_{t+1} = c_{t+1}$ .

Els membres de G1 tenen, com a dotació, una unitat del bé en el primer període de vida i dues en el segon.

Els membres de G2 tenen, com a dotació, dues unitats del bé en el primer període de vida i una en el segon.

Respon almenys una de les següents preguntes.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu si els membres joves de G1 poden acumular el bé, de manera que cada unitat acumulada en un període són  $\alpha < 1$  unitats disponibles en el període següent.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si els membres joves de G2 poden acumular el bé, de manera que cada unitat acumulada en un període són  $\alpha < 1$  unitats disponibles en el període següent.
- (iii) Calcula l'equilibri general competitiu si hom pot acumular el bé: cada unitat que un jove G1 acumula fa que disposi d' $\alpha_1 < 1$  unitats en el període següent i cada unitat que un jove G2 acumula fa que disposi d' $\alpha_2 < 1$  unitats en el període següent.

**6. Treball, capital públic i deute.** Hi ha un únic bé, que pot produir-se però no acumular-se. Hi ha un govern. Cada període neixen  $n$  d'individus idèntics, cadascun dels quals viu dos períodes consecutius.

Hom té les mateixes funcions d'utilitat: en el primer període  $t$  de vida,  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ , on  $\beta$  és una constant positiva,  $c_t$  és el consum en el primer període i  $c_{t+1}$  és el consum en el segon període de vida; en el segon període  $t + 1$ , la funció és  $u_{t+1} = c_{t+1}$ .

Tot individu disposa, com a dotació, d'una unitat de treball en el seu primer període i de cap en el segon. Hi ha un mercat de treball competitiu, de manera que els individus ofereixen el seu treball a canvi d'un salari igual a la productivitat marginal del treball que correspon a la funció de producció agregada.

La funció de producció agregada en el període  $t$  és  $Y_t = K_t^\alpha \cdot L_t^{1-\alpha}$ , on  $\alpha$  és un número entre 0 i 1,  $L_t$  és la quantitat total de treball en  $t$  i  $K_t$  és la quantitat total del bé que fa de capital.

El capital només el proveeix el govern, que aplega el bé que fa de capital mitjançant l'emissió de títols de deute. Cada període, el govern emet títols que prometen pagar una unitat del bé en el període següent. Els individus poden comprar títols pagant el preu de  $p$  unitats del bé per títol. El mercat de deute públic és competitiu:  $p$  és un preu que iguala oferta i demanda de títols.

La recaptació (en bé) de cada emissió es dedica a pagar el deute del període anterior i a crear una quantitat fixa  $K$  de capital, que s'empra en la producció del bé.

Respon almenys una de les següents preguntes.

- (i) Determina la trajectòria d'acumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria si la pensió es paga als joves de G2.
- (ii) Calcula el consum de cada jove i cada gran si l'estoc de capital que proveeix el govern no es finança amb deute públic sinó amb un impost  $\tau$  que paguen els joves.
- (iii) Respon la pregunta (ii) si el govern tria  $\tau$  per a maximitzar la utilitat dels joves (el valor  $K$  es manté constant: és un paràmetre del model).

- **OPCIONAL 1.** Formula una pregunta d'examen.
- **OPCIONAL 2.** Formula una pregunta d'examen on hi ha dos grups d'individus i els membres d'un d'ells pot triar canviar la seva funció d'utilitat de jove a canvi d'assumir una pèrdua  $p$  del bé. La qüestió a resoldre seria determinar en quins casos els individus mantindrien la funció original i en quins altres preferirien canviar-la.
- **OPCIONAL 3.** Formula una pregunta d'examen on hi ha dos grups d'individus, un govern paga una pensió que finança establint un impost de quantia fixa i aquest impost es tria amb l'objectiu de maximitzar una suma ponderada de les funcions d'utilitat dels joves dels dos grups.

## INSTRUCCIONS

- L'examen comença a les 13.30 i finalitza a les 15.00
- ESCRIU les respostes de manera clara i ordenada
- Fotografia o escaneja els fulls de respostes i envia-les (preferiblement en format pdf) a [aqa@urv.cat](mailto:aqa@urv.cat)
- Si convé, envia diferents missatges
- Si consideres que falta alguna informació o la que hi ha és ambígua, completa tu mateix els enunciats (explicant allò que afegeixes)