

## Llista d'exercicis 1

---

### 1. Equilibri amb grups de mida diferent

(i) Hi ha un únic bé, no acumulable. Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. G1 té  $m$  membres. G2 en té  $n$ . Hom viu dos períodes consecutius. La dotació de cada membre de G1 és  $(w, 0)$ . La de cada membre de G2 és  $(0, w)$ . Tots els individus joves tenen  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$  com a funció d'utilitat. Calcula l'equilibri general competitiu.

(ii) Determina com afecten variacions en  $w$ ,  $m$  i  $n$  a la taxa d'interès d'equilibri

### 2. Equilibri amb lladregots i escurabosses

Hi ha un únic bé, no acumulable. Cada generació té 100 membres: 80 (els pobres) amb dotació  $(1, 0)$  i els altres 20 (els rics) amb dotació  $(4, 2)$ . Hom viu dos períodes consecutius. Tots els consumidors joves de totes les generacions tenen la funció d'utilitat  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ .

(i) Troba el vector de consum d'equilibri de cada consumidor jove.

(ii) Per a cada període, determina el vector de consum agregat d'equilibri del total de rics (i també del total de pobres) del període.

Per a tot  $t$ , cada jove pobre en  $t$  roba  $b$  unitats del grup de rics en  $t$ . El robatori agregat puja a  $80 \cdot b$ :  $3 \cdot b$  unitats es prenen de cada jove ric i  $b$  unitats es prenen de cada ric gran. En conseqüència, el total apropiat pels joves pobres ( $80 \cdot b$ ) coincideix amb el que perden els rics ( $20 \cdot 3 \cdot b + 20 \cdot b$ ).

(iii) Torna a respondre a (i) i a (ii) si  $b = 1$ . Causa el robatori un augment o una reducció de la desigualtat?

### 3. Imposts

Cada generació està formada per tres grups: 1, 2 i 3. Cada grup està format per  $n$  individus idèntics, que viuen dos períodes consecutius. La funció d'utilitat de cada jove és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove i  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum. Cada individu del grup 1 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu del grup 2 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. Cada individu del grup 3 no té dotació del bé, ni de jove ni de gran. Una llei sagrada establerta en temps immemorial dicta que, cada període, els membres joves dels grups 1 i 2 han de pagar  $\tau$  unitats del bé (aquest import és el mateix cada període i suficientment petit per a què tothom el pugui pagar). La llei mana que la recaptació total de l'impost en el període sigui distribuïda, en el mateix període, de manera igualitària entre els membres del grup 3, però no especifica si els destinataris de la transferència han de ser els joves del grup 3 o els grans del grup 3.

(i) Obté l'equilibri general, i la utilitat de cada individu, en aquests dos casos: cas 1, la transferència es fa als joves del grup 3; cas 2, la transferència es fa als grans del grup 3.

(ii) Jutja quina opció consideres més recomanable.

#### 4. Cicles

Només hi ha un bé, que no pot acumular-se en els períodes senars però sí en els períodes parells. No hi ha producció però el bé disponible en els períodes parells pot acumular-se indefinidament. Els individus viuen dos períodes consecutius. En els períodes senars, cada generació jove està formada per dos grups, G1 i G2. Cada grup està constituït per  $n$  individus idèntics. En els períodes parells hi ha un únic grup G d'individus, integrat per  $n$  membres.

Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 i de G té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. La funció d'utilitat de cada individu jove en el moment  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove i  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el consum que fa de gran.

Cada unitat acumulada per un individu jove en un període parell es transforma en  $1 + d$  unitats en el següent període. Del total  $1 + d$ , quan l'individu és gran, només pot consumir una unitat. Les altres  $d$  unitats es reparteixen igualitàriament entre els individus joves del període senar.

Calcula l'equilibri general en cada període si els joves dels períodes senars mai no acumulen el capital que reben dels joves dels períodes parells.

#### 5. Igualtat

Només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre ni produir-se. Cada generació està formada per dos grups: G1 (integrat per  $n$  individus idèntics) i G2 (amb  $m$  individus idèntics). Hom viu dos períodes consecutius. La funció d'utilitat de cada jove de G1 és  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$  i la de cada jove de G2 és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove i  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu farà de gran. Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran.

- (i) Determina l'equilibri general i l'efecte sobre la utilitat d'un membre de G1 d'un augment d' $n$ .
- (ii) Calcula la quantitat  $\tau$  del bé que cada jove de G1 ha de rebre o pagar de manera que, quan l'import  $n \cdot \tau$  es distribueix igualitàriament entre els joves de G2, la utilitat de tots els joves de tots dos grups és la mateixa en l'equilibri general.

#### 6. Comerç internacional

Hi ha dues economies, E1 i E2. Hi ha dos béns,  $C$  i  $D$ . En cada economia i cada període hi ha el mateix nombre  $n$  d'individus idèntics, que viuen un període. Cada individu disposa d'una unitat de treball, que pot destinar a produir qualssevol dels dos béns. En E1: (i) la quantitat  $l$  de treball pot produir  $\alpha \cdot l$  unitats del bé  $C$ , on  $\alpha > 1$ ; i (ii) la quantitat  $l$  de treball pot produir  $l$  unitats del bé  $D$ . En E2: (i) la quantitat  $l$  de treball pot produir  $\alpha \cdot l$  unitats del bé  $D$  (el paràmetre  $\alpha$  és el mateix que el d'E1); i (ii) la quantitat  $l$  de treball pot produir  $l$  unitats del bé  $C$ . L'economia E1 pot exportar bé  $C$  a l'economia E2 a canvi de bé  $D$  (per tant, E2 pot exportar  $D$  a canvi de  $C$ ). La relació d'intercanvi és d' $u$  a  $u$ : una unitat de  $C$  s'intercanvia sempre per una unitat de  $D$ .

La funció d'utilitat de cada membre d'E1 és  $u_{1t} = c_{1t} \cdot (d_{1t} + \tilde{d}_t)^2$ , on  $c_{1t}$  és el consum que l'individu fa del bé C (per força, produït a E1),  $d_{1t}$  és el consum que ell mateix fa del bé D produït a E1 i  $\tilde{d}_t$  és el consum que l'individu fa del bé D importat d'E2. La funció d'utilitat de cada membre d'E2 és  $u_{2t} = (c_{2t} + \tilde{c}_t)^2 \cdot d_{2t}$ , on  $d_{2t}$  és el consum que l'individu fa del bé D (per força, produït a E2),  $c_{2t}$  és el consum que ell mateix fa del bé C produït a E2 i  $\tilde{c}_t$  és el consum que l'individu fa del bé C importat d'E1.

- (i) Calcula l'equilibri general de cada economia si les economies són autàrquiques.
- (ii) Calcula l'equilibri general de cada economia si hi ha comerç internacional i avalua en quina economia els individus guanyen proporcionalment més en el trànsit d'una economia tancada a una d'oberta.

## 7. Altruïsme

Hi ha un únic bé que es pot acumular d'un període al següent. No hi ha producció. Cada període neixen  $n$  individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. Els individus de cada període es numeren de l'1 a l' $n$ , de manera que l'individu amb número  $i$  que neix en el període  $t$  és el pare de l'individu amb número  $i$  que neix en el període  $t + 1$  (i aquest segon és el fill del primer).

La funció d'utilitat de l'individu  $i$  que neix en el període  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (\tilde{c}_{t+1})^2$ , on  $\tilde{c}_{t+1}$  representa el consum del fill d' $i$ . Cada individu que neix en el període  $t$  té una dotació de  $w$  unitats del bé, que pot dedicar a consumir-les o acumular-les per al següent període. La quantitat del bé acumulada en  $t$  té dos usos en  $t + 1$ : una part la consumeix el propi individu i l'altra la transfereix al seu fill. La funció d'utilitat en el període  $t + 1$  de tot individu que ha nascut en  $t$  és  $u_{t+1} = (c_{t+1})^2 \cdot \tilde{c}_{t+1}$ . Tot individu viu en el període  $t$  no nascut en aquest període no té dotació de bé.

Assumint que cada individu pren decisions amb l'objectiu de maximitzar la seva funció d'utilitat, determina quina quantitat de bé rep cada fill del seu pare.

## 8. Tres grups

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha tres grups d'individus G1, G2 i G3, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . La dotació de bé de cada membre de G1 és  $(2, 0)$ , on 2 és la dotació quan neix i 0 és la dotació en el següent període. La dotació de bé de cada membre de G2 és  $(0, 2)$  i la de cada membre de G3 és  $(1, 1)$  on 1 és la dotació de gran.

L'estructura demogràfica de l'economia es repeteix cada tres períodes. En el període inicial neixen els membres dels grups G1 i G2. En el següent període neixen els dels grups G2 i G3. En el darrer període del cicle neixen els dels grups G3 i G1.

Calcula l'equilibri general de cada període.

## 9. Tres períodes

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període neixen  $n$  individus idèntics que viuen tres períodes consecutius. Els individus només tenen dotació del bé en el seu segon període de vida: una unitat del bé. Les funcions d'utilitat d'un individu nascut en  $t$  són: en  $t$ ,  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ ; en  $t + 1$ ,  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ ; i en  $t + 2$ ,  $u_{t+2} = c_{t+2}$ . Calcula l'equilibri general de cada període.

## 10. Transferència òptima

Cada generació neixen dos grups de consumidors, G1 i G2, cadascú amb 50 membres. Tots ells tenen la mateixa funció d'utilitat: tot consumidor jove  $i$  en  $t$  té la funció d'utilitat  $u_t^i = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t + 1)$ . La dotació de cada membre G1 és  $(1, 0)$ : una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre G2 és  $(2, 2)$ : dues unitats de jove i dues de gran. Partint de l'assignació de consum d'equilibri, tots els consumidors acorden que cada jove s'emparellarà amb un consumidor gran i li transferirà  $\tau$  unitats de bé. Calcula el valor de  $\tau$  que maximitza la suma de la utilitat d'un jove de G1 amb la utilitat d'un jove de G2.

## 11. Mort sobtada

Només hi ha un bé, que no es pot acumular. Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. G1 està constituït per  $n$  individus idèntics i G2 per  $m$  individus idèntics. Potencialment, hom viu dos períodes. La dotació de cada membre de G1 és una unitat del bé de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de G2 és una unitat del bé de gran i cap de jove.

Els membres de G1 viuen dos períodes consecutius. Cada membre de G2 té una probabilitat  $0 < p < 1$  d'arribar a un segon període de vida (per tant, té la probabilitat  $1 - p$  de no viure el segon període). Per a G1, la funció d'utilitat de cada individu que és jove en el període  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove,  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu farà de gran i  $\beta > 0$  és una constant. Per a G2, la funció d'utilitat de cada individu que és jove en el període  $t$  és  $u_t = (c_t)^\beta \cdot p \cdot c_{t+1}$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove,  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu faria de gran i  $\beta$  és la mateixa constant que en les funcions dels membres de G1.

Calcula l'equilibri general i determina com afecta la probabilitat  $p$  a la taxa d'interès d'equilibri.

## 12. Deute exterior

Només hi ha un bé, que no es pot acumular. Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. G1 està constituït per  $n$  individus idèntics i G2 per  $m$  individus idèntics. Hom viu dos períodes consecutius. La dotació de cada membre de G1 és de dues unitats del bé de jove i de  $-x$  unitats de gran (es pot entendre aquest valor negatiu com un deute a pagar a algú de fora de l'economia). La dotació de cada membre de G2 és una unitat del bé de gran i cap de jove. Per a G1, la funció d'utilitat de cada individu que és jove en el període  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove,  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu farà de gran i  $\beta > 0$  és una constant. Per a G2, la funció d'utilitat de cada individu que és jove en el període  $t$  és  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove,  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu faria de gran i  $\beta$  és la mateixa constant que amb els membres de G1. Calcula l'equilibri general i determina com afecta el deute  $x$  a la taxa d'interès d'equilibri.

### 13. Transferències

Només hi ha un bé, que no es pot acumular. Cada generació està formada per  $n$  membres iguals. Cada individu viu dos períodes consecutius i té una dotació de dues unitats de bé de jove i cap de gran. La funció d'utilitat de cada individu jove en el període  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove,  $c_{t+1}$  el consum que l'individu farà de gran i  $\beta > 0$  és una constant.

- (i) Calcula la transferència  $\tau$  (la mateixa cada període) que un jove ha de fer a un individu gran del mateix període per a maximitzar la utilitat del jove.
- (ii) Suposa que la utilitat d'un individu gran coincideix amb el seu consum. Calcula la transferència  $\tau$  (la mateixa cada període) que un jove ha de fer a un individu gran del mateix període per a maximitzar la suma de la utilitat d'un jove i la d'un individu gran del mateix període.
- (iii) Torna a respondre (i) si la funció d'utilitat de cada jove és  $u_t = (c_t - \tau) \cdot (c_{t+1})^\beta$ . Dóna una interpretació a aquesta funció d'utilitat.

### 14. Tres períodes

Tots els individus són idèntics i viuen tres períodes consecutius: jove, adult i ancià. La funció d'utilitat d'un jove en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , donde  $0 < \beta < 1$ . La seva funció d'adult, en  $t + 1$ , és  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ . I la d'ancià, en  $t + 2$ , és  $u_{t+2} = c_{t+2}$ . Hom té, com a dotació,  $\omega > 0$  unitats de bé en el segon període de vida i cap unitat en la resta de períodes. Calcula l'equilibri general i determina com un canvi en  $\omega$  afecta la taxa d'interès d'equilibri.

### 15. Enveja

Hi ha dos grups,  $G1$  amb  $n$  membres i  $G2$  amb  $m$ . Hom viu dos períodes consecutius. Cada membre de  $G1$  té una dotació d'una unitat del bé quan és jove i cap de gran. Cada membre de  $G2$  té una dotació d'una unitat del bé quan és gran i cap de jove. La funció d'utilitat de tot membre jove en  $t$  de  $G1$  és  $u_{1t} = (c_{1t}/c_{2t})^\beta \cdot c_{1t+1}$ , on  $c_{2t}$  és el consum en  $t$  d'un membre jove de  $G2$ . La funció d'utilitat de tot membre jove en  $t$  de  $G2$  és  $u_{2t} = c_{2t} \cdot (c_{2t+1}/c_{1t+1})^\beta$ , on  $c_{1t+1}$  és el consum en  $t + 1$  d'un membre gran de  $G1$ . En ambdós casos,  $0 < \beta < 1$ .

- (i) Calcula l'equilibri general.
- (ii) Calcula l'equilibri general si els joves de  $G1$  tenen en compte a l'hora de decidir sobre el seu consum present i futur que el seu consum present  $c_{1t}$  afecta al consum  $c_{2t}$  de tot jove de  $G2$  (per tant, considera que  $c_{2t}$  és funció de  $c_{1t}$ ).

### 16. Emigració

Hay dos economías, A y B, y un único bien, que no puede acumularse. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Todos los miembros jóvenes de A tienen  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$  como función de utilidad. Todos los miembros jóvenes en  $t$  de B tienen  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$  como función de utilidad  $u_t$ . En ambos casos  $\beta$  es la misma constante positiva. En cada economía hay dos grupos,  $G1$  y  $G2$ .  $G1$  en A tiene  $m$  miembros.  $G2$  en A tiene  $n$  miembros.  $G1$  en B tiene  $n$  miembros.  $G2$  en B tiene  $m$

miembros. En ambas economías cada miembro de G1 tiene la dotación (1, 0): una unidad de bien de joven y ninguna de mayor. Cada miembro de G2 tiene la dotación (0, 1).

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo de cada economía.
- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo de cada economía si sólo los que, en equilibrio, son prestatarios (oferta de préstamos) pueden decidir en qué economía realizar préstamos.
- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo de cada economía si sólo los que, en equilibrio, son prestamistas (demanda de préstamos) pueden decidir en qué economía solicitar préstamos.

### 17. A dos i a tres períodes

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2. Cada grupo cuenta con  $n$  miembros. Cada miembro de G1 vive tres períodos consecutivos y tiene la dotación (1, 0, 0): una unidad de bien en su primer período de vida y ninguna en los demás. Cada miembro de G2 vive dos períodos consecutivos y tiene la dotación (1, 0). Todos los miembros jóvenes de G2 en  $t$  tienen la función de utilidad  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . Todo miembro de G1 tiene, en su primer período de vida  $t$ , la función de utilidad  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$  y, en su segundo período  $t + 1$ , la función de utilidad  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ . Calcula el equilibrio general competitivo.

### 18. Quartet i duet

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período nacen  $n$  individuos idénticos. La estructura demográfica se repite cada tres períodos. Los nacidos en el primer período viven cuatro períodos consecutivos y tienen dotación (1, 0, 1, 0) del bien. Los nacidos en el segundo y tercer períodos viven dos períodos consecutivos y tienen la dotación (1, 0). A todos los individuos que no están en su último período de vida sólo les interesa su consumo presente  $c_t$  y su consumo inmediatamente futuro  $c_{t+1}$  según la la función de utilidad  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ .

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo.
- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo si los nacidos en el tercer período tienen la dotación (0, 1) en lugar de (1, 0).

### 19. Tercet i duet

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período nacen  $n$  individuos idénticos. Los nacidos en un período par viven tres períodos consecutivos y tienen dotación  $(2w, 0, w)$  del bien. Los nacidos en un período impar viven dos períodos consecutivos y tienen la dotación  $(3w, 0)$ . Los jóvenes nacidos en un período par  $t$  tienen la función de utilidad  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ ; la función de utilidad de estos individuos en  $t + 1$  es  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ . La función de utilidad de un joven nacido en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , donde  $\beta$  es una constante positiva. Calcula el equilibrio general competitivo.

## 20. Lleure

Hay un único bien, que no puede acumularse pero que debe recolectarse empleando el factor trabajo. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Hay dos grupos, G1 y G2. Cada miembro de G1 dispone de una unidad de trabajo de joven y ninguna de mayor. Cada miembro de G2 dispone de dos unidades de trabajo de mayor y ninguna de joven. Cada individuo decide qué parte de su dotación de factor trabajo dedica a recolectar el bien y qué parte dedica a ocio.

Todos los miembros jóvenes de G1 en  $t$  tienen la función de utilidad  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot a_t$ , donde  $a_t$  es la cantidad de trabajo dedicada a ocio en el período  $t$ . Todos los miembros jóvenes de G2 en  $t$  tienen la función de utilidad  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . Todos los miembros mayores de G2 en  $t$  tienen la función de utilidad  $u_t = c_t \cdot a_t$ , donde  $c_t$  es el consumo de mayor y  $a_t$  es la cantidad de trabajo que el mayor dedica a ocio en  $t$ . La productividad recolectora de cada miembro de G1 son  $\lambda$  unidades de bien por cada unidad de trabajo empleada en recolectar. La productividad de cada miembro de G2 es una unidad de bien por unidad de trabajo empleada.

Calcula el equilibrio general competitivo y qué porcentaje de su dotación de trabajo dedica cada individuo, en equilibrio, al ocio.

## 21. Donació

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 (con  $n$  integrantes) y G2 (con  $m$  integrantes). Todos viven dos períodos consecutivos. Cada miembro de G1 tiene la dotación  $(2, 0)$ . Cada miembro de G2 tiene la dotación  $(1, 2)$ . La función de utilidad de un joven de G2 nacido en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ . La función de utilidad de un joven de G1 nacido en  $t$  es  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ . En los dos casos  $\beta$  es una constante positiva. La función de utilidad en  $t + 1$  de un individuo de G1 nacido en  $t$  es  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot d_{t+1}$ , donde  $d_{t+1}$  es la parte del bien de que dispone el individuo que dona a otros miembros de la economía.

En cada caso, calcula el equilibrio general competitivo si reciben la donación: (a) los jóvenes de G1; (b) los jóvenes de G2; (c) los mayores de G2 (la donación total que realizan los mayores de G1 se distribuye igualitariamente entre los miembros de los grupos de cada caso).

## 22. Donacions

El enunciado es el mismo que el de §21 con dos salvedades: (i) la donación se realiza simultáneamente a los mayores G2 y a los jóvenes de G1; y (ii) la función de utilidad de un mayor de G1 es  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot d_{t+1} \cdot e_{t+1}$ , donde  $d_{t+1}$  es la donación realizada a los mayores de G2 y  $e_{t+1}$  es la donación realizada a los jóvenes de G1.

## 23. Fills i préstecs

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2, ambos inicialmente con  $m$  integrantes. Cada miembro de G1 tiene la dotación  $(0, 0)$ . Cada miembro de G2 tiene la dotación  $(w, 0)$ . Cada miembro de G2 tiene un descendiente, por lo que G2 tiene cada período el mismo número de miembros. La función de utilidad de un joven de G2 nacido en  $t$  es  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ , siendo  $\beta$  una constante positiva. La función de utilidad de un joven de G1 nacido

en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot n_{t+1}$ , donde  $n_{t+1}$  es el número de hijos que el joven decide tener en  $t$  y que serán jóvenes (y miembros de G1) en  $t + 1$ . El coste (en términos del bien) de tener cada hijo es la constante  $\gamma > 0$ . Cada mayor recibe de cada hijo que ha tenido de joven la cantidad  $p$  de bien. Determina el tipo de interés de equilibrio cada período y el número de individuos cada período.

## 24. Consum mínim

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2, ambos con  $n$  integrantes. Todos viven dos períodos consecutivos. Todo miembro de G1 tiene  $(w, 0)$  como dotación. Cada miembro de G2 tiene la dotación  $(0, 2w)$ . La función de utilidad de un joven de G2 nacido en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . La función de utilidad de un joven de G1 nacido en  $t$  es  $u_t = (c_t - d) \cdot (c_{t+1} - d)$ , donde  $d$  es una constante positiva. Interpreta  $d$ , calcula el equilibrio general competitivo y especifica el valor mínimo de  $w$  que asegura la existencia de equilibrio.

## 25. Creixement

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2, con  $n$  y  $m$  integrantes, respectivamente, que viven dos períodos consecutivos. Cada miembro de G1 tiene la dotación  $(w, 0)$ . Cada miembro de G2 tiene la dotación  $(0, w)$ . La función de utilidad de todo joven nacido en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ .

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo.
- (ii) Responde a (i) en cada uno de los siguientes casos: (a) cada período G1 tiene un miembro más; (b) cada período G2 tiene un miembro menos; (c)  $w$  crece a una tasa constante  $g > 0$ .

## 26. Utilitat especial

Hay un único bien, no acumulable. Cada período hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con  $n$  miembros, que viven dos períodos consecutivos. La dotación de cada integrante de G1 es  $(3w, 0)$ . La de cada miembro de G2,  $(w, 2w)$ . La función de utilidad de todo joven de G1 nacido en  $t$  es  $u_t = (c_t + c_{t+1})^2$ . La función de utilidad de todo joven de G2 nacido en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot (c_t + c_{t+1})^2$ . Calcula el equilibrio general competitivo. [Función de utilidad CES:  $u_t = (c_t^r + c_{t+1}^r)^{1/r}$ ]

## 27. Empatia i antipatia

Hay un único bien, no acumulable. Cada período hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con  $n$  integrantes, que viven dos períodos consecutivos. Cada miembro de G1 tiene la dotación  $(2w, 2w)$ . Cada miembro de G2 tiene la dotación  $(w, w)$ . La función de utilidad de todo joven de G1 nacido en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot d_{t+1}$ , donde  $c_t$  es su consumo de joven,  $c_{t+1}$  es su consumo de mayor y  $d_{t+1}$  es el consumo de un mayor del grupo G2. La función de utilidad de todo joven de G2 nacido en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} / d_t$ , donde  $c_t$  es su consumo de joven,  $c_{t+1}$  es su consumo de mayor y  $d_t$  es el consumo de un joven del grupo G1.

- (i) Interpreta las funciones de utilidad.



- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo y explica si algún individuo  $i$  puede incidir sobre el consumo de otros individuos que afecte a la utilidad de  $i$ .

### 28. Tres períodes

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período nacen  $n$  individuos idénticos, que viven tres períodos consecutivos. En el período inicial de vida  $t$  la función de utilidad es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . En el  $t + 1$ , la función de utilidad es  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ .

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo si la dotación es: (a)  $(1, 1, 1)$ ; (b)  $(2, 0, 1)$ .
- (ii) Explica si hay algún mecanismo de intercambio voluntario, alternativo al mercado de préstamos privados, que pueda mejorar la utilidad de los individuos.

### 29. Tres períodes

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período nacen  $n$  individuos idénticos, que viven tres períodos consecutivos. En el período inicial de vida  $t$  la función de utilidad es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . En el período siguiente  $t + 1$  la función de utilidad es  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ . Calcula el equilibrio general competitivo con dotación  $(0, 0, w)$  [y  $u_t(t + 2) = c_{t+2}(t + 2) \cdot u_t(t + 2)$ ].

### 30. Expansió demogràfica

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. La función de utilidad de todo joven en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . La dotación de cada miembro de G1 es  $(1, 0)$ ; la de cada uno de G2 es  $(0, 1)$ . Inicialmente, cada grupo tiene  $n$  miembros. En cada período impar G1 incrementa su tamaño en  $n$  individuos. En cada período impar G2 incrementa su tamaño en  $n$  individuos. Calcula el equilibrio general competitivo y determina si hay algún valor al que converge el tipo de interés.

### 31. Probabilitats

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con  $n$  miembros. Todos los individuos viven dos períodos. En G2, la función de utilidad de todo joven en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$  y la dotación es  $(1, 1)$ . En G1: (a) con probabilidad  $p$ , la función de utilidad de todo joven en  $t$  es  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$  y su dotación es  $(1, 0)$ ; y (b) con probabilidad  $1 - p$ , la función es  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$  y la dotación  $(0, 1)$ . Calcula el equilibrio general competitivo.

### 32. Creixement

Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con  $n$  miembros. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. La función de utilidad de todo joven en  $t$  es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . Los miembros de G1 sólo tienen dotación de jóvenes; los de G2, sólo tienen dotación de mayores. El valor inicial de la dotación es  $w$  y cada período crece a la tasa  $g > 0$ . Así, por ejemplo, en el período inicial, los miembros de G1 tienen dotación  $(w, 0)$  y los de G2,  $(0, w(1 + g))$ . Calcula el equilibrio general competitivo e interpreta la fórmula que defina el tipo de interés.

### 33. Vida curta o llarga

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Imagina que els membres de G1 poden triar entre viure un període o dos. Què triarien si l'objectiu és maximitzar la funció  $U_t$  tal que  $U_t = u_t$  si es tria de viure un període i  $U_t = u_t + u_{t+1}$  si es tria de viure dos períodes?
- (iii) Suposa que G1 sempre té  $n$  membres i que G2 en té  $m$ . Determina el valor d' $m$  que deixaria els membres de G1 indiferents entre viure un o dos períodes.

### 34. Utilitat retrospectiva

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en  $t$  és  $u_t = \ln c_t + \beta \cdot \ln c_{t+1}$ , on  $\beta$  és una constant positiva; en el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en  $t$  és  $u_t = \beta \cdot \ln c_t + \ln c_{t+1}$ ; en el segon període,  $u_{t+1} = \ln c_t + \beta \cdot \ln c_{t+1}$ . La dotació de bé de cada membre de G1 és (1, 2) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon. Calcula l'equilibri general competitiu.

### 35. Creixement demogràfic i de dotacions

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format inicialment per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Inicialment, la dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Cada període, el nombre de membres de cada grup augmenta un 20% i totes les dotacions, un 10%. Calcula l'equilibri general competitiu.

### 36. Comunisme i capitalisme

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 4), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu si, cada període, cada individu amb dotació ha d'aportar el 50% de la seva dotació a un fons que es distribueix igualitàriament entre tots els individus del període.

### 37. Acumulació

Hi ha un únic bé que no es pot produir. Hi ha dos grups d'individus  $G1$  i  $G2$ , cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de  $G1$  és  $(2, 1)$  i la de cada membre de  $G2$  és  $(0, 3)$ , on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Els membres joves de  $G1$  poden acumular el bé, amb dues restriccions. Primera, per cada unitat del bé que s'acumula, es perd la quantitat  $c$ ; per tant, renunciar a  $x$  unitats en  $t$  implica poder-ne disposar en  $t + 1$  de només  $x(1 - c)$ . Segona, el màxim que poden emprar de la dotació per a acumular és d'un 25%.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula el valor de la dotació que els membres de  $G2$  han de tenir de grans per a que els membres de  $G1$  estinguin indiferents entre acumular i no acumular.

### 38. Probabilitat i dotació

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus  $G1$  i  $G2$ , cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de  $G1$  és  $(2, 0)$ , on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. La dotació de cada membre de  $G2$  és  $(1, 1)$  amb probabilitat  $p$  i  $(0, 2)$  amb probabilitat  $1 - p$ . Calcula l'equilibri general competitiu si els membres de  $G2$  volen maximitzar la seva utilitat esperada.

### 39. Probabilitat i utilitat

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus  $G1$  i  $G2$ , cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot membre de  $G1$  nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. Per a tot període  $t$ , amb probabilitat  $p$ , la funció d'utilitat de tot membre de  $G2$  nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$  i, amb probabilitat  $1 - p$ , és  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ . En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de  $G1$  és  $(2, 1)$  i la de cada membre de  $G2$  és  $(0, 3)$ , on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu.

### 40. Immortal

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha  $n$  individus idèntics. Cadascun d'aquests individus viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada individu és  $(1, 0)$ , on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Hi ha, a més, un altre individu, que viu per sempre, que no té dotació en el primer període de vida i en té una unitat en els períodes següents. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de l'individu immortal és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ .

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la funció d'utilitat fos  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ .

#### 41. Probabilitat d'impagament

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu si els prestadors atribueixen la probabilitat  $p$  que els prestataris no retornin els préstecs.

#### 42. Trasllet de deutes

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 2), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu si els joves de cada grup tenen l'obligació de pagar (els grans del mateix grup) el 50% dels deutes que puguin haber contret en el període anterior.

#### 43. Acumulació ocasional

Hi ha un únic bé que no es pot produir però que es pot acumular només els períodes parells (d'un període al següent). Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 2), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu.

#### 44. Acumulació selectiva

Hi ha un únic bé que no es pot produir. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 2). El bé es pot acumular d'un període al següent només en les següents condicions: en un període senar, només els joves de G1 poden acumular-lo; en un període parell, només els joves de G2.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si s'inverteixen els períodes d'acumulació de cada grup.

#### 45. Intransferibilitat

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és  $(2, 0)$  i la de cada membre de G2 és  $(0, 2)$ . El 50% del bé que reben els individus grans no és transferible; en particular, això implica que el 50% de la dotació dels grans no es pot fer servir per a pagar deutes. Calcula l'equilibri general competitiu.

#### 46. Deutes a dos períodes

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada membre de G1 viu tres períodes consecutius i cada membre de G2 viu dos períodes consecutius. Per a cada individu, la utilitat en el seu darrer període de vida coincideix amb el seu consum del bé; per a la resta de períodes, la utilitat és el producte del consum del període i del consum del període immediatament posterior. La dotació de bé de cada membre de G1 és  $(0, 1, 1)$  i la de cada membre de G2 és  $(1, 0)$ , on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu si només es poden fer préstecs que es retornen dos períodes després del préstec (els préstecs fets en  $t$  es retornen en  $t + 2$ ).

#### 47. Tres períodes amb dotacions cícliques

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període neixen  $n$  individus. Cada individu viu tres períodes consecutius. Per a cada individu, la utilitat en el seu darrer període de vida coincideix amb el seu consum del bé; per a la resta de períodes, la utilitat és el producte del consum del període i del consum del període immediatament posterior. Les dotacions segueixen un patró cíclic cada tres períodes: en el primer període del cicle, la dotació és  $(1, 1, 0)$ , on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida; en el segon, la dotació és  $(0, 1, 1)$ ; en el tercer,  $(1, 0, 1)$ . Calcula l'equilibri general competitiu.

#### 48. Dos i tres períodes

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, el primer format per  $n$  membres i el segon per  $m$ . Cada individu de G1 viu tres períodes consecutius. Cada individu de G2 viu dos períodes consecutius. Per a cada individu  $i$  i període  $t$ , la utilitat d' $i$  en  $t$  és el producte de tots els consums que farà  $i$  a partir de  $t$  (el consum de  $t$  inclòs). Les dotacions són  $(1, 0, 1)$  i  $(0, 1)$ , on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la dotació fos  $(1, 1, 0)$ .

#### 49. Neixement diferencial

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres: neixen membres de G2 cada període però neixen membres de G1 només en els períodes senars. Cada individu de G1 viu tres períodes consecutius. Cada individu de G2 viu dos períodes

consecutius. Per a cada individu  $i$  i període  $t$ , la utilitat d' $i$  en  $t$  és el producte de tots els consums que farà  $i$  a partir de  $t$  (el consum de  $t$  inclòs). Les dotacions són  $(1, 0, 1)$  i  $(0, 1)$ , on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu.

### 50. Externalitats mútues en el consum

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus  $G1$  i  $G2$ , el primer format per  $n$  membres i el segon per  $m$ . Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot membre de  $G1$  nascut en  $t$  és  $u_{1,t} = c_{1,t} \cdot c_{2,t+1}$  i la funció d'utilitat de tot membre de  $G2$  nascut en  $t$  és  $u_{2,t} = c_{2,t} \cdot c_{1,t+1}$ . La dotació de bé de cada membre de  $G1$  és  $(2, 1)$  i la de cada membre de  $G2$  és  $(1, 2)$ , on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu.

### 51. Utilitats canviants

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus  $G1$  i  $G2$ , cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = (c_{t+1})^{1+\beta/t} \cdot (c_t)^{1-\beta/t}$ , on  $\beta$  és una constant positiva. La dotació de bé de cada membre de  $G1$  és  $(2, 1)$  i la de cada membre de  $G2$  és  $(1, 2)$ , on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu i el valor de la taxa d'interès quan  $t$  tendeix a infinit.

### 52. Dotacions de grans endògenes

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus  $G1$  i  $G2$ , cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Tot membre jove de  $G1$  té dues unitats del bé com a dotació. Tot membre jove de  $G2$  té una unitat del bé com a dotació. De gran, la dotació de tot individu és la seva dotació de jove menys del consum fet de jove. Calcula l'equilibri general competitiu.

### 53. Tres grups

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha tres grups d'individus  $G1$ ,  $G2$  i  $G3$ .  $G1$  té  $n$  membres.  $G2$  té  $n$  membres.  $G3$  té  $m$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de  $G1$  és  $(0, 1)$ , la de cada membre de  $G2$  és  $(1, 2)$  i la de cada membre de  $G3$  és  $(2, 1)$ , on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Si només hi ha dues possibilitats de crear el mercat de préstecs (una on només hi participen  $G1$  i  $G2$ , i una altra on només hi participen  $G1$  i  $G3$ ), quina preferirien els membres de  $G1$ ?

## 54. Dos i quatre períodes

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per  $n$  membres. Cada membre de G1 viu dos períodes consecutius i cada membre de G2 en viu quatre de consecutius. Per a tot individu, en el darrer període de vida, la utilitat coincideix amb el consum. En la resta de períodes, és el producte del consum del període amb el consum del període següent. La dotació de bé de cada membre de G1 és  $(0, 1)$  i la de cada membre de G2 és  $(1, 0, 1, 0)$ , on el primer (segon, tercer, quart) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer, quart) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la utilitat cada període és el producte de tots els consums presents i futurs.

## 55. Vida curta i vida llarga

Hi ha un únic bé, que no es pot produir ni acumular, però es pot prestar. Cada període parell neixen  $n$  individus idèntics, que viuen dos períodes consecutius i tenen com a dotació dues unitats del bé en el primer període de vida i cap unitat en el segon. Cada període senar neixen  $m$  individus idèntics, que viuen tres períodes consecutius i tenen com a dotació una unitat del bé en el primer període de vida, una unitat en el tercer i cap unitat en el segon. La funció d'utilitat de tot individu nascut en un període parell  $t$  és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $\beta$  és una constant positiva,  $c_t$  és el consum en el primer període i  $c_{t+1}$  és el consum en el segon període de vida. En el darrer període la utilitat coincideix amb el consum del període. La funció d'utilitat de tot individu nascut en un període senar  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$  en el seu primer període de vida i  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$  en el seu segon període, on  $c_t$ ,  $c_{t+1}$  i  $c_{t+2}$  és el consum en el primer, segon i tercer períodes, respectivament. En el darrer període la utilitat coincideix amb el consum del període. Calcula l'equilibri general competitiu.

## 56. Trio

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha tres grups d'individus G1, G2 i G3. G1 té  $n$  membres. G1 i G3 tenen cadascú 50 membres. G2 en té 25. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en  $t$  és  $u_t = \ln c_t + 2 \cdot \ln c_{t+1}$ ; la de tot membre de G2 nascut en  $t$  és  $u_t = 2 \cdot \ln c_t + \ln c_{t+1}$ ; i la de tot membre de G3 nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és  $(2, 0)$ , la de cada membre de G2 és  $(0, 2)$  i la de cada membre de G3 és  $(1, 1)$ , on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula els equilibris general competitius G1 i G2 són grups separats i G3 pot decidir a quin grup integrar-se.

## 57. Quatre períodes

Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període neixen  $n$  individus idèntics, que viuen quatre períodes consecutius. La funció d'utilitat per a tot individu en cada període  $t$  és el producte del consum que fa l'individu en tots els períodes a partir de  $t$  ( $t$  inclòs). La dotació de tot individu és una unitat del bé en el primer període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu.

## 58. Externalitats

Només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre ni produir-se. Cada generació està formada per dos grups: G1 (integrat per  $n$  individus idèntics) i G2 (amb  $m$  individus idèntics). Hom viu dos períodes consecutius. Cada individu de G1 té, com a dotació, dues unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G2 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i dues unitats del bé de gran. La funció d'utilitat de cada jove de G1 és  $u_1 = c_1 \cdot c'_1 - c_2$ , on  $c_1$  és el consum present del membre de G1,  $c'_1$  el seu consum futur i  $c_2$  el consum present de cada membre de G2. La funció d'utilitat de cada jove de G2 és  $u_2 = c_2 \cdot c'_2 + c_1$ , on  $c_2$  és el consum present del membre de G2,  $c'_2$  el seu consum futur i  $c_1$  el consum present de cada membre de G1. Calcula l'equilibri general competitiu.

## 59. Expansió demogràfica

Només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre ni produir-se. Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. En el període inicial, cada grup té 10 membres. Hom viu dos períodes consecutius. La dotació vital de cada membre de G1 és  $(w, 0)$ . La dotació vital de cada membre de G2 és  $(0, w)$ . Tots els individus joves tenen  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$  com a funció d'utilitat.

- (i) Calcula l'equilibri general si, cada període, es duplica el nombre de membres de G1.
- (ii) Calcula l'equilibri general si, cada període, es duplica el nombre de membres de G1 i es quadruplica el nombre de membres de G2.

## 60. Utilitat del passat

Només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre ni produir-se. Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. Cada grup té  $n$  membres. Hom viu dos períodes consecutius. La dotació de cada membre de G1 és  $(w, 0)$ . La dotació de cada membre de G2 és  $(0, w)$ . Els membres de G1 tenen, de joves, la funció d'utilitat  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ ; de grans, utilitat i consum coincideixen. Els membres de G2 tenen, de joves, la funció d'utilitat  $u_t = (c_t)^2 \cdot c_{t+1}$ ; de grans, la seva funció d'utilitat és  $u_{t+1} = c_t \cdot (c_{t+1})^2$ . Calcula l'equilibri general.

## 61. Diferent longevitat

Només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre ni produir-se. Cada període neixen  $n$  individus idèntics que viuen dos períodes consecutius, tenen només una unitat del bé de joves i, de joves, tenen la funció d'utilitat  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ .

A més, cada període senar neixen també  $n$  individus idèntics que viuen tres períodes consecutius. Cadascun d'aquests individus té unitat del bé en el seu tercer període de vida, una unitat en el segon i cap en el primer. En el tercer període, la funció d'utilitat coincideix amb el consum; en el primer i el segon, la funció d'utilitat és el producte del consum del període amb el consum del període següent. Calcula l'equilibri general competitiu.