

Exercici 1. Finançament col·lectiu de tecnologia d'emmagatzematge. La funció d'utilitat de cada consumidor i és $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2, cadascun format per n individus. Cada membre de G1 té dotació $(0, w)$ i cada membre de G2 compta amb dotació $(0, v)$, on $w > v > 0$. Tot i que el bé no es pot conservar, es pot crear una tecnologia d'emmagatzematge d'un període: per cada unitat del bé acumulada en el període t per un individu i , en el període $t+1$ i tindrà la quantitat $\lambda(t)$ del bé, on $0 < \lambda(t) < 1$.

L'efectivitat de la tecnologia depèn de les contribucions dels individus al seu desenvolupament. Si, en t , cada membre de G1 aporta τ_1 unitats del bé per a finançar/desenvolupar la tecnologia i cada i cada membre de G2 aporta τ_2 unitats, aleshores $\lambda(t) = \frac{\tau_1 + \tau_2}{w + v}$. Determina, en l'equilibri general, quina part de la seva dotació estalvia (i quina aporta al finançament de la tecnologia) cada individu.

Exercici 2. Tecnologia de transferència. Considera una economia on tots els individus són iguals, viuen durant dos períodes consecutius i el bé només pot existir durant un període. Imagina que es descobreix una tecnologia que, sense cost, permet de transferir una unitat del bé dos períodes cap al futur. Així, si un individu acumula una unitat del bé en el període t fent servir la tecnologia, aquesta unitat estarà disponible per a ser consumida (o novament acumulada) en el període $t+2$. Tindria aquesta tecnologia utilitat pràctica? En particular, acumularien bé els individus?

Exercici 3. Equilibri amb tecnologia d'emmagatzematge imperfecta. La funció d'utilitat de cada consumidor i és $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. Cada generació està formada per dos grups, 1 i 2, cadascun format per n individus. Cada membre d'un grup 1 té dotació (v, w) i cada membre del grup 2 compta amb dotació (w, v) , on $w > v > 0$. Tot i que la naturalesa del bé no permet de transferir-lo d'un període a cap altre posterior, existeix una tecnologia que possibilita l'acumulació del bé: per cada unitat del bé que un individu jove acumuli en el període t , l'individu disposarà de $0 < \lambda < 1$ unitats del bé en el període $t+1$. Assumint que hi ha un mercat de préstecs del bé, calcula l'equilibri general.

Exercici 4. Equilibri amb producció endògena. La funció d'utilitat de cada individu jove i és $u_t^i = \ln c_t^i(t) + \beta \cdot \ln c_t^i(t+1)$, on $0 < \beta < 1$. Cada generació està formada per 50 individus amb dotació $(0, 1)$ i 50 amb dotació $(2, 0)$. La funció de producció és $Y(t) = K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}$ i $K(1) > 0$.

- (i) Determina l'equació en diferències que estableix la trajectòria de l'estock de capital.
- (ii) Calcula un estat estacionari amb estoc de capital positiu i l'equilibri general.
- (iii) Respon a (i) i (ii) si, per a tot t , la generació $t+1$ té un 50% més de membres que la t .
- (iv) Respon a (i) i (ii) si, per a tot t , si en el període 2 mor la meitat dels joves de cada tipus.
- (v) Respon a (i) i (ii) si, per a tot t , si en el període 2 es destrueix la meitat de l'estoc de capital.

Exercici 5. Un amb evasió fiscal sense capital. Cada generació té 100 membres: 50 (“els pobres”) amb dotació de treball (1, 0) i els altres 50 (“els rics”) amb dotació de treball (4, 0). Tots els joves de totes les generacions tenen la mateixa funció d'utilitat $u_t^i = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t + 1)$. No hi ha capital: la producció només depèn del treball: $Y(t) = L(t)^{1/2}$. El salari és $\omega(t) = L(t)^{-1/2}$.

Hi ha un govern que estableix un impost τ a pagar pels rics joves. Per a cada t , la recaptació tributària en t es distribueix entre tots els que són grans en t (sistema de pensions de repartiment). Cada individu gran rebrà $\tilde{\tau}$. Els rics joves poden dedicar una part x de la seva dotació de treball tractant d'evadir el pagament de l'impost. Quan un ric esmerça x per a defraudar el pagament, acabar pagant $\tau \cdot g(x)$ en comptes de τ , on $g(x) = \left(1 - \frac{x}{4}\right)^2$.

En cada període t , el pressupost del govern està equilibrat: els ingressos tributaris obtinguts dels rics són iguals a les transferències fetes als grans ($100 \cdot \tilde{\tau}$). Els ingressos provinents dels rics no són necessàriament $50 \cdot \tau$ perquè cal determinar el nivell d'evasió fiscal que decideixen els rics. Troba l'equació que determina $\tilde{\tau}$ en funció de τ i calcula $\tilde{\tau}$ quan $\tau = 1$.

Exercici 6. Sostenibilitat. Només hi ha un bé, que pot acumular-se d'un període cap a un altre en forma de capital i que pot produir-se combinant els factors treball i capital. Si en el moment t un individu acumula l'estoc k_t de capital, aleshores en el moment $t + 1$ estarà disponible el només l'estoc $(1 - \delta) \cdot k_t$, on $0 < \delta < 1$. Cada generació està formada per n individus idèntics, amb la funció d'utilitat de jove $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum. Els individus prenent decisions per a maximitzar la seva funció d'utilitat.

Cada individu disposa d'una unitat de treball de jove i cap unitat de gran. Es necessita capital per a què el treball possibiliti la producció del bé. Els individus joves empen tot el seu treball en la producció del bé. En emprar tot el seu treball per a produir el bé, cada individu que és jove en t aconsegueix produir $a \cdot (1 - \delta) \cdot k_t$, on $a > 0$ és una constant i k_t és l'estoc de capital mitjà acumulat en el moment $t - 1$ i disponible en el moment t (atès que hi ha el mateix nombre d'individus en cada generació, k_t és el capital que cadascun dels individus va acumular en $t - 1$). Cada individu jove decideix quina part de la producció que realitza la consumeix i quina part l'acumula en forma de capital. El consum de cada individu gran en el període t coincideix amb la part no depreciada del capital que el mateix individu va acumular en el període $t - 1$.

- (i) Determina l'equació que expressa la trajectòria d'acumulació del capital i representa-la gràficament.
- (ii) Considera la següent modificació de l'economia. Hi ha un recurs lliure i gratuït X que és necessari per a produir el bé. Sigui x_t la quantitat de recurs existent en el moment t . Cada unitat de capital emprada en la producció comporta la pèrdua d' α unitats d' X . El recurs X té la capacitat de regeneració: si y_t representa la quantitat d' X disponible un cop descomptada la pèrdua causada pel procés de producció, aleshores hi ha $y_t \cdot (1 + \beta)$ unitats del recurs en $t + 1$, on $\beta > 0$. Assumint que $\alpha = \delta$ i que $\beta = \alpha/2$, determina el valor màxim \bar{a} que pot assolir a per a què el procés productiu no esgoti X . Com es veu afectat \bar{a} per canvis en α ?

Exercici 7. Independència. Hi ha únicament un bé, que pot acumular-se només un període en forma de capital (sense depreciació) i que pot produir-se combinant els factors treball i capital. Cada generació està integrada per dos grups, G1 i G2. G1 està format per $2 \cdot n$ individus idèntics, cadascú amb una unitat de treball de jove i dues unitats de treball de grans. La funció d'utilitat de cada jove de G1 en el període t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on $0 < \beta < 1$. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum. G2 està constituït per n individus idèntics, cadascú amb quatre unitats de treball de jove i dues unitats de treball de grans. La funció d'utilitat de cada jove de G2 en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

La funció de producció de l'economia en cada període t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, on K_t és el capital total en el moment t i L_t és el volum total de treball ofert en t . Tots els individus d'ambdós grups ofereixen el seu treball, tant de joves com de grans. La remuneració del capital és la meitat de la productivitat marginal del capital. La remuneració del treball és la meitat de la productivitat marginal del treball. S'assumeix que, per arbitratge, la taxa d'interès d'un préstec en el moment t coincideix amb la remuneració del capital en el moment $t + 1$.

- (i) Determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació del capital i representa-la gràficament.
- (ii) Imagina que els membres de G2 s'independitzen i constitueixen una economia pròpia, separada de l'economia que formarien els membres de G1. En cada economia es mantenen les dotacions dels membres dels grups respectius, la funció de producció de l'economia original i les regles que determinen les remuneracions dels factors. Determina l'equació que representa la trajectòria d'acumulació del capital de cada economia i compara-la amb l'obtinguda en l'apartat (i) per a jutjar si a algun dels grups li convé la secessió.
- (iii) Respon a (i) i (ii) si la funció de producció és $Y_t = K_t^{1/2} \cdot L_t^{1/2}$ (però ara la remuneració de cada factor coincideix amb la seva productivitat marginal).

Exercici 8. Cicles. Hi ha un únic bé que es pot acumular un període. Cada període hi ha n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius i que de joves tenen la funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Els individus que neixen en un període senar tenen la dotació de factor treball (1, 1): una unitat de treball de joves i una unitat de grans. Els individus que neixen en un període parell tenen la dotació de factor treball (2, 2): dues unitats de treball de joves i dues unitats de grans. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t . Cada factor de producció rep com a remuneració la meitat de la seva productivitat marginal segons la funció de producció agregada. Determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i troba els estats estacionaris.

Exercici 9. Globalització. Hi ha dues economies, E1 i E2. En cada economia: (i) hi ha n individus idèntics i el mateix bé, que es pot acumular un període i es pot produir; i (ii) cada factor de producció es remunera segons la seva productivitat marginal en la funció de producció agregada.

La dotació de treball dels membres d'E1 és $(2, 1)$: dues unitats de treball de jove i una de gran. Cada jove d'E1 té funció d'utilitat $u_t = c_t^\beta \cdot c_{t+1}$, on $0 < \beta < 1$ és una constant, c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = 2K_t + L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t .

La dotació de treball dels membres d'E2 és $(1, 0)$: una unitat de treball de jove i una de gran. Cada jove d'E2 té funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}^\beta$, on $0 < \beta < 1$ és la mateixa constant d'E1, c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = 2K_t + L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t .

- (i) Per a cada economia, determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i l'estoc de capital a tot estat estacionari.
- (ii) Suposa que els membres de les dues economies s'emparellen, de manera que cada membre d'E1 ha de transferir $1/8$ unitats de capital a la seva parella d'E2. Torna a calcular, només per a l'economia E2, l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i l'estoc de capital a tot estat estacionari. Sobre la base dels resultats, fes una anàlisi crítica de la transferència com a mesura de política econòmica per a contribuir a la prosperitat d'E2.
- (iii) Determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i l'estoc de capital a tot estat estacionari si les dues economies s'integressin i formessin una de sola.

Exercici 10. Igualtat. En l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre ni produir-se. Cada generació està formada per dos grups: G1 (format per n individus idèntics) i G2 (format per m individus idèntics). La funció d'utilitat de cada jove de G1 és $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ i la de cada jove de G2 és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran.

- (i) Determina l'equilibri general i l'efecte sobre la utilitat d'un membre de G1 d'un augment d' n .
- (ii) Calcula la quantitat τ del bé que cada jove de G1 ha de rebre o pagar de manera que, quan l'import $n \cdot \tau$ es distribueix igualitàriament entre els joves de G2, la utilitat de tots els joves de tots dos grups és la mateixa en l'equilibri general.

Exercici 11. Capital per sempre. En l'economia només hi ha un bé, que pot acumular-se indefinidament. Cada generació està formada per individus idèntics. La funció d'utilitat de cada jove és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

Cada individu té, com a dotació, una unitat de treball de jove i cap de gran. Amb cada unitat de treball es produeixen α unitats del bé. Cada unitat de capital que un individu acumula de jove es transforma en β unitats del bé en el període següent. A més, del total de capital acumulat en el període t es preserva la proporció δ per al període $t + 1$. Aquest capital romanent és indistingible del bé que es produeix en $t + 1$ i es distribueix a parts iguals entre els joves del període $t + 1$.

Redacta tu mateix/a les preguntes a respondre i respon-les. En un cas, suposa que la població és sempre constant (amb n membres) i en un altre que creix a la taxa $n > 0$.

Exercici 12. Capital humà. En l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre però que es pot produir-se combinant els factors treball i capital humà. La funció de producció de l'economia en cada moment t és $Y_t = (H_t)^\alpha \cdot (L_t)^{1-\alpha}$, on $0 < \alpha < 1$, H_t és el capital humà total en el període t i L_t és el volum total de factor treball en t .

Cada generació està formada per n individus idèntics, amb la funció d'utilitat de jove $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Cada individu jove disposa d'una unitat de treball de jove i cap unitat de gran. Cada individu jove en t decideix quina part l_t del seu treball dedica a la producció del bé i quina part $1 - l_t$ destina a la formació de capital humà. La funció de formació de capital humà h_t a partir del treball $1 - l_t$ destinat a formar-lo és $h_t = \theta \cdot (1 - l_t)$, on $\theta > 1$. Formar capital humà té un cost: el cost, en unitats del bé, de crear una unitat de capital humà és $\gamma > 0$. El capital humà acumulat de jove es pot fer servir de gran per a produir el bé. La remuneració de cada unitat de capital humà és la productivitat marginal del capital humà. La retribució de cada unitat de treball és la productivitat marginal del treball.

Redacta tu mateix/a les preguntes a respondre i respon-les.

Exercici 13. Capital i gent. En l'economia només hi ha un bé, que pot acumular-se d'un període cap al següent combinant els factors treball i capital. La funció de producció de l'economia en cada moment t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en el període t i L_t és el volum total de factor treball en t .

Cada generació està formada per individus idèntics, amb la funció d'utilitat de jove $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot n_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran i n_{t+1} és el nombre de fills que cada individu decideix tenir de jove. Cada individu jove disposa d'una unitat de treball de jove i cap unitat de gran. La unitat de treball de cada període t es ven a canvi d'un salari ω_t .

Cada jove decideix quants fills tenir i quina part del salari acumular en forma de capital. El cost de tenir cada fill és $\gamma > 0$ unitats del bé. El capital acumulat de jove en t es ven de gran en $t + 1$ a canvi d'un preu σ_{t+1} . Cada període la proporció de la producció total destinada a pagar salaris és la mateixa que la proporció destinada a remunerar el capital.

Determina l'equilibri general de cada període, les trajectòries d'acumulació de capital i de creixement de la població, i determina els estats estacionaris de l'economia.

Exercici 14. Comerç internacional. Hi ha dues economies, E1 i E2. Hi ha dos béns, C i D . En cada economia i cada període hi ha el mateix nombre n d'individus idèntics, que viuen un període. Cada individu disposa d'una unitat de treball, que pot destinar a produir qualssevol dels dos béns. En E1: (i) la quantitat l de treball pot produir $\alpha \cdot l$ unitats del bé C , on $\alpha > 1$; i (ii) la quantitat l de treball pot produir l unitats del bé D . En E2: (i) la quantitat l de treball pot produir $\alpha \cdot l$ unitats del bé D (el paràmetre α és el mateix que el d'E1); i (ii) la quantitat l de treball pot produir l unitats del bé C .

L'economia E1 pot exportar bé C a l'economia E2 a canvi de bé D (per tant, E2 pot exportar D a canvi de C). La relació d'intercanvi és d'u a u: una unitat de C s'intercanvia sempre per una unitat de D . La funció d'utilitat de cada membre d'E1 és $u_{1t} = c_{1t} \cdot (d_{1t} + \tilde{d}_t)^2$, on c_{1t} és el consum que l'individu fa del bé C (per força, produït a E1), d_{1t} és el consum que ell mateix fa del bé D produït a E1 i \tilde{d}_t és el consum que l'individu fa del bé D importat d'E2. La funció d'utilitat de cada membre d'E2 és $u_{2t} = (c_{2t} + \tilde{c}_t)^2 \cdot d_{2t}$, on d_{2t} és el consum que l'individu fa del bé D (per força, produït a E2), c_{2t} és el consum que ell mateix fa del bé C produït en E2 i \tilde{c}_t és el consum que l'individu fa del bé C importat d'E1.

- (i) Determina l'equilibri general de cada economia si les economies són autàrquiques.
- (ii) Determina l'equilibri general de cada economia si hi ha comerç internacional i avalua en quina economia els individus guanyen proporcionalment més en el trànsit d'una economia tancada a una d'oberta.
- (iii) Suggereix alguna altra pregunta a respondre

Exercici 15. Convergència i divergència. Hi ha un únic bé que es pot produir i acumular un període. Cada període, neixen n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. La funció d'utilitat en t d'un individu nascut en t és $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, on $\beta > 1$. La funció d'utilitat en $t + 1$ d'un individu nascut en t és $u_{t+1} = c_{t+1}$. Quan neix, tot individu disposa d'una unitat de treball; no en té cap en el següent període. En el seu primer període de vida els individus lloguen el seu treball a canvi d'un salari. El salari rebut és la productivitat marginal del treball segons la funció de producció agregada $Y_t = K_t^{1/2} \cdot L_t^{1/2}$. La remuneració dels propietaris de capital és la productivitat marginal del capital.

- (i) Determina l'equació d'acumulació de capital i troba els estats estacionaris.
- (ii) Hi ha una segona economia idèntica amb l'anterior, excepte pel fet que $Y_t = K_t^{2/3} \cdot L_t^{1/3}$. Els individus vells de la primera economia tenen la possibilitat de portar part del seu capital a l'altra economia sense cap cost. Calcula quina part de l'estoc de capital de la primera economia es transfereix a la segona.

Exercici 16. Cicle demogràfic. Hi ha un únic bé que es pot produir i acumular d'un període al següent. En cada període senar neixen n individus idèntics. En cada període parell neixen $2 \cdot n$ individus idèntics. Cada individu viu dos períodes consecutius, neix amb una unitat de treball, i no té cap dotació en el seu segon període de vida. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. L'objectiu de tot individu en el seu segon període de vida és maximitzar el seu consum.

En el seu primer període t de vida, tot individu lloga el seu treball a canvi d'una remuneració. Aquesta remuneració es pot emprar en consumir i en acumular capital. El capital que un individu va acumular en el període anterior no es pot consumir en el període present sinó que només serveix per a produir. Els individus vius en $t + 1$ nascuts en t apleguen tot el seu capital i contracten treballadors per a produir el bé segons la funció de producció agregada $Y_{t+1} = K_{t+1} \cdot L_{t+1}$, on K_{t+1} és el capital total acumulat pels individus en el període anterior i L_{t+1} és la quantitat de treball oferta pels nascuts en $t + 1$. La producció del bé feta en cada període es distribueix igualitàriament entre tots els individus vius en el període.

Determina l'equació d'acumulació de capital i identifica els estats estacionaris.

Exercici 17. Govern. Hi ha un únic bé que no es pot produir però sí acumular un període. Cada període neixen n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. Els individus només tenen dotació del bé en el seu primer període de vida: una unitat del bé. Les funcions d'utilitat d'un individu nascut en t són: en t , $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$; en $t + 1$, $u_{t+1} = c_{t+1}$. La quantitat de bé que acumulen els individus té una taxa de depreciació del 25%: si un individu acumula k unitats del bé en t només disposarà en $t + 1$ de $3 \cdot k/4$ unitats en $t + 1$. Hi ha un govern que estableix un impost cada període de τ unitats del bé.

- (i) El govern pot acumular l'impost sense patir cap depreciació. L'impost en t el paguen els que neixen en t . La recaptació del l'impost en t es distribueix igualitàriament en $t + 1$ entre els individus que van néixer en t . Obté el volum de capital que acumula cada individu.
- (ii) Obté el volum de capital que acumula cada individu si el govern distribueix la recaptació de l'impost feta en t de manera igualitària entre els individus vius en t nascuts en $t - 1$. Quina de les dues polítiques maximitza el benestar dels individus?

(iii) En la situació descrita en (i), troba el valor de τ que maximitza la utilitat dels individus en el seu primer període de vida i el valor que maximitza la utilitat dels individus en el seu segon període.

Exercici 18. Famílies. Hi ha un únic bé que es pot produir i acumular d'un període al següent. Els individus que neixen en el període t són tots idèntics i viuen dos períodes consecutius. La funció d'utilitat de tot individu que neix en el període t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on $\beta > 0$. Aquest mateix individu disposa d'una unitat de treball, que ofereix a canvi d'un salari ω_t . Aquest salari es pot emprar en consumir, en acumular capital i en tenir fills. El cost (en termes del bé) per fill és $\gamma > 0$.

En el segon període de vida els individus maximitzen el seu consum. El capital que un individu va acumular en el període anterior no es pot consumir en el període present sinó que només serveix per a produir. Cada individu nascut en t té accés, en el període $t + 1$, a la funció de producció $y_{t+1} = (k_{t+1})^\alpha \cdot (n_{t+1})^\beta$, on k_{t+1} és el capital que l'individu va acumular en el període t i n_{t+1} és el nombre de fills que l'individu va tenir en el període t . La interpretació és que els treballadors que un individu contracta són els seus fills. Per a tot t , el pagament en salaris que fa cada individu i (nascut en el període anterior) és una proporció fixa ϕ de la producció que fa i mitjançant la funció de producció. Determina l'equació d'acumulació de capital i l'equació que estableix l'evolució del nombre de fills.

Exercici 19. Canvi de tecnologia. Hi ha un únic bé que es pot produir i acumular d'un període al següent. Cada període neixen n individus idèntics, que viuen dos períodes consecutius. La funció d'utilitat de tot individu que neix en el període t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on $\beta > 0$. Aquest mateix individu disposa d'una unitat de treball, que ofereix a canvi del salari competitiu. De gran, l'individu no té dotació de treball. En tot període senar t la funció de producció agregada és $Y_t = K_t^{1/3} \cdot L_t^{2/3}$, on K_t és el capital total acumulat pels individus en el període anterior i L_t és la quantitat de treball oferta pels nascuts en $t + 1$. En tot període parell t la funció de producció agregada és $Y_t = K_t^{2/3} \cdot L_t^{1/3}$. Troba la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris.

Exercici 20. Canvi de preferències. Hi ha un únic bé que es pot acumular d'un període al següent. La taxa de depreciació del bé que s'acumula és $0 < \delta < 1$. No hi ha producció. En un període senar neixen n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. En un període parell neixen $2 \cdot n$ individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. La dotació de cada individu nascut en un període senar són dues unitats del bé. La dotació de cada individu nascut en un període parell és una unitat del bé. Cap individu gran no té dotació de treball. La funció d'utilitat de cada individu jove nascut en un període senar és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La funció d'utilitat de cada individu jove nascut en un període parell és $u_t = \ln c_t + \beta \cdot c_{t+1}$, on $\beta \neq 1$. Troba l'equilibri general de l'economia i la trajectòria d'acumulació de capital.

Exercici 21. Tema lliure. Construeix una economia que contingui algun element no considerat en els apunts o en els exercicis, proposa preguntes rellevants a respondre i troba les seves respostes.