

**Exercici 1. Consum i estalvi.** Troba les funcions de consum i estalvi si:

- (i)  $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t)^\alpha \cdot c_t^i(t+1)^\beta$ , on  $\alpha$  i  $\beta$  són constants positives;
- (ii)  $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t)^\alpha + c_t^i(t+1)^\beta$ , on  $\alpha$  i  $\beta$  són constants positives;

**Exercici 2. Equilibri.** Determina l'equilibri general competitiu en els dos casos (i) i (ii) de l'Exercici 1 si, de grans, els consumidors no tenen cap dotació, de joves tenen una unitat i hi ha 100 consumidors en cada generació.

**Exercici 3. Equilibri i Paretoeficiència.** Verifica que l'equilibri general competitiu de la següent economia no és Paretoeficient:

- (i) cada generació està formada per 100 consumidors;
- (ii) la dotació de cada consumidor jove és 2;
- (iii) la dotació de cada consumidor gran és 1; i
- (iv) per a tot  $i$  i  $t$ ,  $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$ .

**Exercici 4. Equilibri amb grups de mida diferent.** (i) Determina l'equilibri general competitiu de la següent economia. Cada generació neixen dos grups de consumidors, G1 i G2. G1 té  $m$  membres. G2 té  $n$  membres. La dotació vital de cada membre de G1 és  $(w, 0)$ . La dotació vital de cada membre de G2 és  $(0, w)$ . Tots els consumidors tenen la mateixa funció d'utilitat  $u_t^i = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$ . (ii) Determina com afecta a la taxa d'interès d'equilibri variacions en  $w$ ,  $m$  i  $n$ .

**Exercici 5. Equilibri amb lladregots i escurabosses.** Cada generació té 100 membres: 80 ("els pobres") amb dotació  $(1, 0)$  i els altres 20 ("els rics") amb dotació  $(4, 2)$ . Tots els consumidors joves de totes les generacions tenen la funció d'utilitat  $u_t^i = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$ .

- (i) Troba el vector de consum d'equilibri de cada consumidor jove.
- (ii) Per a cada període, determina el vector de consum agregat d'equilibri del total de rics (i també del total de pobres) del període.

Per a tot  $t$ , cada jove pobre en  $t$  roba  $b$  unitats del grup de rics en  $t$ . El robatori agregat puja a  $80 \cdot b$ :  $3 \cdot b$  unitats es prenen de cada jove ric i  $b$  unitats es prenen de cada ric gran. En conseqüència, el total apropiat pels joves pobres ( $80 \cdot b$ ) coincideix amb el que perden els rics ( $20 \cdot 3 \cdot b + 20 \cdot b$ ).

- (iii) Torna a respondre a (i) i a (ii) si  $b = 1$ . Causa el robatori un augment o una reducció de la desigualtat?

**Exercici 6. Imposts.** Cada generació està formada per tres grups: 1, 2 i 3. Cada grup està format per  $n$  individus idèntics. La funció d'utilitat de cada jove és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove i  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum. Cada individu del grup 1 té, com a dotació,

zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu del grup 2 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. Cada individu del grup 3 no té dotació del bé, ni de jove ni de gran. Una llei sagrada establerta en temps immemorial dicta que, cada període, els membres joves dels grups 1 i 2 han de pagar  $\tau$  unitats del bé (aquest import és el mateix cada període i suficientment petit per a què tothom el pugui pagar). La llei mana que la recaptació total de l'impost en el període sigui distribuïda, en el mateix període, de manera igualitària entre els membres del grup 3, però no especifica si els destinataris de la transferència han de ser el joves del grup 3 o els grans del grup 3.

- (i) Determina l'equilibri general, i la utilitat corresponent de cada individu, en els dos casos: cas 1, la transferència es fa als joves del grup 3; cas 2, la transferència es fa als grans del grup 3.
- (ii) Jutja quina opció consideres més recomanable.

**Exercici 7. Cicles.** En l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se en els períodes senars però sí en els períodes parells. No hi ha producció però el bé disponible en els períodes parells pot acumular-se indefinidament. Els individus viuen dos períodes consecutius. En els períodes senars, cada generació jove està formada per dos grups, G1 i G2. Cada grup està constituït per  $n$  individus idèntics. En els períodes parells hi ha un únic grup G d'individus, integrat per  $n$  membres.

Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 i de G té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. La funció d'utilitat de cada individu jove en el moment  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove i  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el consum que fa de gran.

Cada unitat acumulada per un individu jove en un període parell es transforma en  $1 + d$  unitats en el següent període. D'aquest total  $1 + d$ , quan l'individu és gran, només pot consumir una unitat. Les altres  $d$  unitats es reparteixen igualitàriament entre els individus joves del període senar.

Calcula l'equilibri general en cada període si els joves dels períodes senars mai no acumulen el capital que reben dels joves dels períodes parells.

**Exercici 8. Igualtat.** En l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre ni produir-se. Cada generació està formada per dos grups: G1 (format per  $n$  individus idèntics) i G2 (format per  $m$  individus idèntics). La funció d'utilitat de cada jove de G1 és  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$  i la de cada jove de G2 és  $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ , on  $c_t$  és el consum que l'individu fa de jove i  $c_{t+1}$  el consum que el mateix individu farà de gran. Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran.

- (i) Determina l'equilibri general i l'efecte sobre la utilitat d'un membre de G1 d'un augment d' $n$ .
- (ii) Calcula la quantitat  $\tau$  del bé que cada jove de G1 ha de rebre o pagar de manera que, quan l'import  $n \cdot \tau$  es distribueix igualitàriament entre els joves de G2, la utilitat de tots els joves de tots dos grups és la mateixa en l'equilibri general.

**Exercici 9. Comerç internacional.** Hi ha dues economies, E1 i E2. Hi ha dos béns,  $C$  i  $D$ . En cada economia i cada període hi ha el mateix nombre  $n$  d'individus idèntics, que viuen un període. Cada individu disposa d'una unitat de treball, que pot destinar a produir qualssevol dels dos béns. En E1: (i) la quantitat  $l$  de treball pot produir  $\alpha \cdot l$  unitats del bé  $C$ , on  $\alpha > 1$ ; i (ii) la quantitat  $l$  de treball pot produir  $l$  unitats del bé  $D$ . En E2: (i) la quantitat  $l$  de treball pot produir  $\alpha \cdot l$  unitats del bé  $D$  (el paràmetre  $\alpha$  és el mateix que el d'E1); i (ii) la quantitat  $l$  de treball pot produir  $l$  unitats del bé  $C$ . L'economia E1 pot exportar bé  $C$  a l'economia E2 a canvi de bé  $D$  (per tant, E2 pot exportar  $D$  a canvi de  $C$ ). La relació d'intercanvi és d' $u$  a  $u$ : una unitat de  $C$  s'intercanvia sempre per una unitat de  $D$ .

La funció d'utilitat de cada membre d'E1 és  $u_{1t} = c_{1t} \cdot (d_{1t} + \tilde{d}_t)^2$ , on  $c_{1t}$  és el consum que l'individu fa del bé  $C$  (per força, produït a E1),  $d_{1t}$  és el consum que ell mateix fa del bé  $D$  produït a E1 i  $\tilde{d}_t$  és el consum que l'individu fa del bé  $D$  importat d'E2. La funció d'utilitat de cada membre d'E2 és  $u_{2t} = (c_{2t} + \tilde{c}_t)^2 \cdot d_{2t}$ , on  $d_{2t}$  és el consum que l'individu fa del bé  $D$  (per força, produït a E2),  $c_{2t}$  és el consum que ell mateix fa del bé  $C$  produït a E2 i  $\tilde{c}_t$  és el consum que l'individu fa del bé  $C$  importat d'E1.

- (i) Calcula l'equilibri general de cada economia si les economies són autàrquiques.
- (ii) Calcula l'equilibri general de cada economia si hi ha comerç internacional i avalua en quina economia els individus guanyen proporcionalment més en el trànsit d'una economia tancada a una d'oberta.

**Exercici 10. Altruïsme.** Hi ha un únic bé que es pot acumular d'un període al següent. No hi ha producció. Cada període neixen  $n$  individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. Els individus de cada període es numeren de l'1 a l' $n$ , de manera que l'individu amb número  $i$  que neix en el període  $t$  és el pare de l'individu amb número  $i$  que neix en el període  $t + 1$  (i aquest segon és el fill del primer).

La funció d'utilitat de l'individu  $i$  que neix en el període  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (\tilde{c}_{t+1})^2$ , on  $\tilde{c}_{t+1}$  representa el consum del fill d' $i$ . Cada individu que neix en el període  $t$  té una dotació de  $w$  unitats del bé, que pot dedicar a consumir-les o acumular-les per al següent període. La quantitat del bé acumulada en  $t$  té dos usos en  $t + 1$ : una part la consumeix el propi individu i l'altra la transfereix al seu fill. La funció d'utilitat en el període  $t + 1$  de tot individu nascut en  $t$  és  $u_{t+1} = (c_{t+1})^2 \cdot \tilde{c}_{t+1}$ . Tot individu viu en el període  $t$  que no ha nascut en aquest període no té dotació de bé. Assumint que cada individu pren decisions amb l'objectiu de maximitzar la seva funció d'utilitat, determina quina quantitat de bé rep cada fill del seu pare.

**Exercici 11. Tres grups.** Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha tres grups d'individus G1, G2 i G3, cadascun format per  $n$  membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període  $t$ , la funció d'utilitat de tot individu nascut en  $t$  és  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ . La dotació de bé de cada membre de G1 és  $(2, 0)$ , on 2 és la dotació quan neix i 0 és la dotació en el següent període. La dotació de bé de cada membre de G2 és  $(0, 2)$  i la de cada membre de G3 és  $(1, 1)$  on 1 és la dotació de gran. L'estructura demogràfica de l'economia es repeteix cada tres períodes. En el període inicial neixen els membres els grups G1 i G2. En el següent període neixen els dels grups G2 i G3. En el darrer període del cicle neixen els dels grups G3 i G1. Calcula l'equilibri general de l'economia de cada període.

**Exercici 12. Tres períodes.** Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període neixen  $n$  individus idèntics que viuen tres períodes consecutius. Els individus només tenen dotació del bé en el seu segon període de vida: una unitat del bé. Les funcions d'utilitat d'un individu nascut en  $t$  són: en  $t$ ,  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ ; en  $t + 1$ ,  $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ ; i en  $t + 2$ ,  $u_{t+2} = c_{t+2}$ . Calcula l'equilibri general de l'economia de cada període.

**Exercici 13. Transferència òptima.** Cada generació neixen dos grups de consumidors, G1 i G2, cadascú amb 50 membres. Tots ells tenen la mateixa funció d'utilitat: tot consumidor jove  $i$  en  $t$  té la funció d'utilitat  $u_t^i = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t + 1)$ . La dotació de cada membre G1 de és  $(1, 0)$ : una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre G2 de és  $(2, 2)$ : dues unitats de jove i dues de gran. Partint de l'assignació de consum d'equilibri, tots els consumidors acorden que cada jove s'emparellarà amb un consumidor gran i li transferirà  $\tau$  unitats de bé. Calcula el valor de  $\tau$  que maximitza la suma de la utilitat d'un jove de G1 amb la utilitat d'un jove de G2.