Dinámica Macroeconómica · Examen de 21 de diciembre de 2016

☞ **Completa tú mismo los enunciados en caso de ser necesario o conveniente** ☜
Escoge al menos una pregunta de la PARTE 1 y otra de la PARTE 2

PARTE 1 | 70%

1. Tres períodos (9 puntos). Todos los individuos son idénticos y viven tres períodos consecutivos: joven, adulto y anciano. Un individuo joven en t tiene como función de utilidad $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, donde $0 < \beta < 1$. La función de utilidad de este mismo individuo cuando es adulto, en $t+1$, es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. Cuando es anciano, en $t+2$, la función de utilidad del individuo es $u_{t+2} = c_{t+2}$. Cada individuo tiene, como dotación, $\omega > 0$ unidades de bien en su segundo período de vida y ninguna unidad en el resto de períodos.

(i) Calcula el equilibrio general competitivo.

(ii) Determina cómo afecta al tipo de interés de equilibrio una variación de la dotación ω.

2. Tres períodos, impuestos y acumulación (10 puntos). Todos los individuos son idénticos y viven tres períodos consecutivos: joven, adulto y anciano. Un individuo joven en t tiene como función de utilidad $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, donde $0 < \beta < 1$. La función de utilidad de este mismo individuo cuando es adulto, en $t+1$, es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. Cuando es anciano, en $t+2$, la función de utilidad del individuo es $u_{t+2} = c_{t+2}$. Cada individuo tiene, como dotación, una unidad de bien en su segundo período de vida y ninguna unidad en el resto de períodos. No hay mercado de préstamos. Los individuos pueden acumular el bien de un período al siguiente, pero en el proceso se pierde la fracción $0 < \delta < 1$. Existe un gobierno que carga cada período un impuesto de cuantía fija de τ unidades del bien sobre cada adulto y transfiere $\alpha \cdot \tau$ unidades a cada joven del mismo período, donde $0 < \alpha < 1$; el resto, se pierde (o se lo queda el gobierno).

(i) Determina cuánto consume cada individuo cada período.

(ii) Calcula el valor de τ que maximizaría la utilidad de un individuo joven.

(iii) Calcula el valor de τ que maximizaría la utilidad de un individuo anciano.

3. Utilidades atípicas (10 puntos). Hay dos grupos de individuos, G1 y G2, con n y m miembros, respectivamente. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Cada miembro de G1 tiene una dotación de una unidad de bien cuando es joven y ninguna cuando es mayor. Cada miembro de G2 tiene una dotación de una unidad de bien cuando es mayor y ninguna cuando es joven. La función de utilidad de todo miembro de G1 joven en t es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1} - c_t)$. La función de utilidad de todo miembro de G2 joven en t es $u_t = c_{t+1} \cdot (c_t - c_{t+1})$.

(i) Calcula el equilibrio general competitivo.

(ii) Calcula el equilibrio general competitivo si, cada período, existe la probabilidad $p > 0$ de que un individuo con deudas no las pague. Alternativamente, puedes suponer que los individuos endeudados sólo pagan la fracción p de sus deudas.

4. Ocio y producción (10 puntos). Hay n individuos idénticos. Viven dos períodos consecutivos. Cada individuo joven cuenta con una unidad de factor trabajo. Esta unidad puede emplearse en producir (a cambio de un salario) o en actividades de ocio. La función de utilidad de todo joven en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (1 - x_t)$, donde x_t representa la cantidad de factor trabajo que el individuo joven dedica a la producción. Todo individuo joven puede acumular su salario en forma de capital. Los ingresos de todos los individuos mayores provienen de la venta del capital acumulado en el período anterior. La función de producción agregada en todo t es $Y_t = {K_t}^{\alpha} \cdot L_t$, donde K_t és la cantidad total de capital disponible en t (acumulado en $t-1$), L_t es el volumen total de factor trabajo que los individuos emplean en producir y α es una constante positiva. Para todo t, $Y_t = \sigma_t \cdot K_t + \omega_t \cdot L_t$, donde σ_t es la remuneración por unidad de capital que reciben los que venden capital y ω_t es el salario que reciben los que proveen factor trabajo. Cada período el pago total $\omega_t \cdot L_t$ al factor L es el doble del pago total que recibe el factor K.

(i) Determina qué fracción de su dotación de trabajo emplea en ocio un individuo joven, el volumen de capital que acumula cada individuo joven, la trayectoria de acumulación de la cantidad total de capital, los valores del capital total en todos los estados estacionarios y tanto la producción per cápita como la producción por unidad de trabajo en los estados estacionarios.

5. Globalización (12 puntos). Hay dos economías, E1 y E2. En cada una hay n individuos idénticos. Cada uno de ellos vive dos períodos consecutivos. Todos los individuos cuentan con una unidad de trabajo cuando son jóvenes. Los jóvenes pueden acumular en forma de capital la remuneración por la venta de su trabajo. Este capital acumulado en un período sólo puede utilizarse (para producir) en el período siguiente. K_t es la cantidad total de capital disponible en t (acumulado en $t-1$) y L_t es el volumen total de trabajo. En E1 la función de utilidad de todo joven es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$, donde $0 < \beta < 1$, y la función de producción es $Y_t = {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$. En E2 la función de utilidad de todo joven es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ y la función de producción es $Y_t = K_t \cdot L_t$. En E1 la retribución a los factores de producción es igual a la productividad marginal del factor. En E2 la retribución total que recibe el factor K es el doble de la retribución total que recibe L.

(i) Determina, para cada economía, el volumen de capital que acumula cada individuo joven, la trayectoria de acumulación de la cantidad total de capital, los valores del capital total en todos los estados estacionarios y la producción per cápita en los estados estacionarios.

(ii) Supón que los miembros de E1 pueden, de jóvenes, trabajar en E2, pero el capital que acumulan se empleará en E1. Calcula qué proporción de la población de E1 trabajaría en E2 en cada estado estacionario y compara los precios de los factores con los obtenidos en (i).

(iii) Supón que los miembros de E1 tienen que trabajar en E1 de jóvenes pero, de mayores, pueden vender su capital en E2. Calcula qué proporción de la población de E1 invertiría su capital en E2 en cada estado estacionario y compara los precios de los factores con los obtenidos en (i).

6. Envidia (11 puntos). Hay dos grupos de individuos, G1 y G2, con n y m miembros, respectivamente. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Cada miembro de G1 tiene una dotación de una unidad de bien cuando es joven y ninguna cuando es mayor. Cada miembro de G2 tiene una dotación de una unidad de bien cuando es mayor y ninguna cuando es joven. La función de utilidad de todo miembro de G1 joven en t es $u_{1t} = (c_{1t}/c_{2t})^{\beta} \cdot c_{1\,t+1}$, donde c_{2t} es el consumo en t de un miembro joven de G2. La función de utilidad de todo miembro de G2 joven en t es $u_{2t} = c_{2t} \cdot (c_{2\,t+1}/c_{1\,t+1})^{\beta}$, donde $c_{1\,t+1}$ es el consumo en $t+1$ de un miembro mayor de G1. En ambos casos, $0 < \beta < 1$.

(i) Calcula el equilibrio general competitivo.

(ii) Calcula el equilibrio general competitivo si los miembros jóvenes de G1 tienen en cuenta a la hora de decidir sobre su consumo presente y futuro que su consumo presente c_{1t} afecta al consumo c_{2t} de todo joven de G2 (por tanto, considera que c_{2t} es función de c_{1t}).

7. Impuestos, transferencias y bonos (10 puntos). Hay dos grupos de individuos, G1 y G2, con n y m miembros, respectivamente. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Cada miembro de G1 tiene una dotación de una unidad de bien cuando es joven y ninguna cuando es mayor. Cada miembro de G2 tiene una dotación de una unidad de bien cuando es mayor y ninguna cuando es joven. La función de utilidad de todo miembro de G1 joven en t es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$. La función de utilidad de todo miembro de G2 joven en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1} + c_t$.

(i) Calcula el equilibrio general competitivo.

(ii) Imagina que no es posible establecer un mercado de préstamos y que una autoridad central (un gobierno) establece un impuesto de cuantía fija τ que recae sobre uno de los grupos y pagan los miembros del grupo con dotación. El gobierno distribuye igualitariamente la recaudación del período entre los miembros del otro grupo que no tienen dotación.

(a) Determina la diferencia de consumo de cada individuo en cada período respecto de los consumos obtenidos en (i).

(b) Calcula el valor de cuantía fija τ que replica los consumos correspondientes a (i).

(iii) Considera de nuevo (ii) con la diferencia que la recaudación se distribuye igualitariamente entre todos los individuos del período que no disponen de dotación. Responde a (b) en este caso.

(iv) Considera de nuevo (ii) con la diferencia que no hay impuestos. Ahora, cada período, el gobierno financia la transferencia con emisiones de bonos cuyo pago se financia con más emisiones de bonos. ¿Es sostenible esta política?

PARTE 2 | 30%

8. Solow y Swan con función de producción atípica (10 puntos). La función de producción agregada es $Y_t = {K_t}^2/L_t$ cuando $K_t/L_t < 2$ y es $Y_t = 4 \cdot L_t + {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$ en caso contrario. La tasa de ahorro es $1/2$. La tasa de depreciación es $1/4$.

(i) Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no.

9. Solow y Swan con funciones de ahorro y depreciación atípicas (10 puntos). La función de producción agregada es $Y_t = 2 \cdot {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$. La tasa de ahorro es $1/2$ para valores del capital per cápita menores de 10 o mayores de 24; la tasa de ahorro es $1/4$ para valores del capital per cápita entre 10 y 24. La función de depreciación toma el valor constante 2 para valores del capital per cápita inferiores a 20 y viene definida por la expressión $d_t = 2 + (k_t - 20)/4$ en caso contrario.

(i) Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no.

(ii) Opcional. Da respuesta al apartado (i) si la tasa de ahorro es $1/4$ para valores del capital per cápita menores de 10 o mayores de 24 y es $1/2$ para valores del capital per cápita entre 10 y 24.

10a. Solow y Swan múltiple (9 puntos). Hay dos economías, E1 y E2. En E1, la función de producción agregada es $Y_t = {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$, la tasa de depreciación es $1/10$ y la tasa de ahorro es $1/2$. En E1, la función de producción agregada es $Y_t = {K_t}^{1/3} \cdot {L_t}^{2/3}$, la tasa de depreciación es $1/10$ y la tasa de ahorro es $1/4$.

(i) Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no.

(ii) Responde al apartado (i) si las dos economías se fusionan.

10b. Solow y Swan rompecabezas (10 puntos). El capital per cápita que satisface la regla de oro es 10. La tasa de depreciación es $1/10$. La función de producción per cápita es $y_t = {k_t}^{\alpha}$, donde $0 < \alpha < 1$.

(i) Calcula α, la tasa de ahorro y la tasa de ahorro que satisface la regla de oro.

10c. Solow y Swan creativo (10 puntos). Partiendo del de Solow y Swan, construye y analiza un modelo en el que la función de producción sea $Y_t = A_t \cdot {K_t}^{\alpha} \cdot {L_t}^{1-\alpha}$ y en donde el estado de la tecnología A_t progrese según reglas análogas a las de la acumulación de capital, esto es, una fracción fija de la producción se destina a mejorar el estado de la tecnología al tiempo que este estado decae a una taxa constante dada.

10d. Solow y Swan extravagante (10 puntos). Propón ecuaciones para la función de ahorro y la función de depreciación que tengan la representación gráfica mostrada a continuación. Calcula los valores numéricos de todos los estados estacionarios correspondientes a las ecuaciones que has propuesto y explica, con ayuda de la gráfica, si son estables.