Macroeconomia Avanzada · Examen 29 de enero de 2015

1. Generaciones solapadas con acumulación. Hay un solo bien en la economía. El bien puede producirse mediante capital, que es bien acumulado de un período pero utilizable para producir en el período siguiente al período en que se acumula. Hay n individuos idénticos, que viven dos períodos consecutivos. La función de utilidad de cada individuo joven es $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, donde $\beta > 1$, c_t es el consumo del individuo en su primer período de vida (de joven) y c_{t+1} es su consumo en su segundo período de vida (de mayor). Si la hipótesis es necesaria, supón que cada mayor de la generación inicial dispone de una unidad de capital.

Cada individuo joven decide cuánto capital acumular. El capital acumulado de jóvenes se emplea de mayores vendiéndolo a los que entonces son jóvenes (el capital que un individuo joven acumula no puede ser empleado para producir en el mismo período en que se acumula). Cada unidad de capital empleable para producir permite producir tres unidades del bien. El precio que recibe cada mayor por cada unidad de capital vendida a los jóvenes es de una unidad del bien. La diferencia entre lo que permite producir el capital y el pago por su uso se la quedan los jóvenes.

Si el objetivo de cada joven es maximizar su función de utilidad, calcula cuánto capital acumula cada joven.

2. Generaciones solapadas con acumulación duradera. Responde a la misma cuestión que en la pregunta 1 con la diferencia que el capital que los jóvenes acumulan en un período puede ser empleado para producir dos períodos: el capital que se acumula en el período t y que se emplea para producir en $t + 1$ a cambio de un precio, está libremente disponible para los jóvenes del período $t + 2$.

3. Generaciones solapadas con acumulación duradera parcial. Responde a la misma cuestión que en la pregunta 1 con la diferencia que parte del capital que los jóvenes acumulan en un período puede ser empleado para producir dos períodos: del capital que se acumula en el período t y que se emplea para producir en $t + 1$ a cambio de un precio, la mitad está libremente disponible para los jóvenes del período $t + 2$.

4. Generaciones solapadas. Hay un solo bien en la economía. El bien no puede producirse: la cantidad de bien cada período se genera exógenamente. Hay dos grupos de individuos, cada uno de ellos formado por n individuos idénticos. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. La función de utilidad de cada individuo joven del grupo 1 es $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, donde $\beta > 1$, c_t es el consumo del individuo en su primer período de vida (de joven) y c_{t+1} es su consumo en su segundo período de vida (de mayor). La función de utilidad de cada individuo joven del grupo 2 es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, donde c_t es el consumo del individuo de joven y c_{t+1} es su consumo de mayor.

Calcula el equilibrio general de la economía si la dotación de bien de cada individuo es $(2, 2)$: el individuo dispone de dos unidades de bien cuando es joven y dos unidades cuando es mayor.

5. Generaciones solapadas con ciclos exógenos de prosperidad. Responde a la misma pregunta que en 4 con la diferencia que: (i) la dotación de cada miembro del grup 1 es $(1, 1)$ cuando el período es par y $(3, 3)$ cuando el período es impar; y (ii) : (i) la dotación de cada miembro del grup 2 es $(3, 3)$ cuando el período es par y $(1, 1)$ cuando el período es impar.

6. Generaciones solapadas asimétricas con ciclos exógenos de prosperidad. Responde a la misma pregunta que en 5 con la diferencia que un grupo tiene el doble de miembros que el otro.

7. Generaciones solapadas con ciclos exógenos de dotaciones. Hay un único bien. El bien puede acumularse un período y puede ser producido. Cada período hay n individuos idénticos que viven dos períodos consecutivos. La funció de utilidad de los individuos jóvenes es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, donde c_t es el consumo del individuo en su primer período de vida (de joven) y c_{t+1} es su consumo en su segundo período de vida (de mayor). Los individuos nacidos en un período impar tienen la dotación de factor trabajo $(1, 1)$: una unidad de trabajo de jóvenes y una unidad de mayores. Los nacidos en un período par tienen la dotación de factor trabajo $(2, 2)$: dos unidades de trabajo de jóvenes y dos de mayores.

La función de producción agregada en el período t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, donde K_t es el stock total de capital en t y L_t es la cantidad total de trabajo disponible en t. Cada factor de producción recibe como remuneración la mitat de su productividad marginal según la función de producció agregada.

Determina la ecuación que describe la trayectoria de acumulación del stock capital e indica si hay algún estado estacionario.

8*. Generaciones solapadas con dos economías. Hay dos economías, E1 y E2. En cada economía hay n individuos idénticos y el mismo bien, que se puede acumular un período y que puede ser producido.

La dotación de trabajo de los miembros de E1 es $(2, 1)$: dos unidades de trabajo de joven y una de mayor. Cada joven de E1 tiene la función de utilidad $u_t = c_t^{\beta} \cdot c_{t+1}$, donde $0 < \beta < 1$ es una constante, c_t es el consumo de joven y c_{t+1} el consumo de mayor. La función de producción agregada en el período t es $Y_t = 2K_t + L_t$, donde K_t es el stock total de capital en t y L_t es la cantidad total de trabajo disponible en t. Cada factor de producción es retribuido según su productividad marginal en la función de producció agregada.

La dotación de trabajo de los miembros de E2 es $(1, 0)$: una unidad de trabajo de joven y cero de mayor. Cada joven de E2 tiene la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}^{\beta}$, donde $0 < \beta < 1$ es la misma constante de E1, c_t es el consumo de joven y c_{t+1} el consumo de mayor. La función de producción agregada en el período t es $Y_t = 2K_t + L_t$, donde K_t es el stock total de capital en t y L_t es la cantidad total de trabajo disponible en t. Cada factor de producción es retribuido según su productividad marginal en la función de producció agregada.

(i) Para cada economía, determina la ecuación que describe la trayectoria de acumulación del stock capital y el stock de capital en todo estado estacionario.

(ii) Supón que los miembros de las dos economías se emparejan, de manera que cada miembro de E1 ha de transferir $1/8$ unidades de capital a su pareja de E2. Respón a (i) y compara los resultados.

9. Generaciones solapadas con impuestos. Hay un bien, que no puede acumularse ni ser producido. Cada generación está formada por tres grupos: 1, 2 y 3. Cada grupo consta de n individuos idénticos. La función de utilidad de cada joven es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, donde c_t es el consumo de joven y c_{t+1} el consumo de mayor. La función de utilidad de cada mayor coincide con su consumo.

La dotación del bien de cada individuo del grupo 1 es $(0, 1)$: cero unidades de joven y una de mayor. La dotación del bien de cada individuo del grupo 2 es $(1, 0)$. La dotación del bien de cada individuo del grupo 3 es $(0, 0)$. Por ley, cada período, cada joven de los grupos 1 y 2 ha de pagar τ unidades del bien (el m ismo importe cada período y suficientemente pequeño para poder ser pagado). La recaudación del impuesto se distribuye, en el mismo período de recaudación, de manera igualitaria entre los miembros del grupo 3.

Determina el equilibrio general, y la utilidad de cada individuo joven del grupo 3, si la transferencia la reciben: (i) los jóvenes del grupo 3; (ii) los mayores del grupo 3.

10*. Generaciones solapadas con emigración. Hay dos economías, E1 y E2. El mismo único bien está disponible en cada economía, pero no puede ser producido.

En E1 hay n individuos idénticos y el bien puede acumularse de un período al siguiente, de manera que si una unidad del bien se acumula en el período t se dispondrá de $0 < \lambda < 1$ unidades en el período $t + 1$. La dotación de bien de cada miembro de E1 es $(2, 0)$: dos unidades del bien de joven y cero de mayor. Cada joven de E1 tiene la función de utilidad $u_t = c_t^2 \cdot c_{t+1}$, donde c_t es el consumo de joven y c_{t+1} el consumo de mayor.

En E2 hay dos grupos, G1 y G2, cada uno formado por $n/2$ individuos idénticos. En E2 cada unidad de bien sólo dura un período, de modo que el bien no puede ser acumulado. La dotación de bien de cada miembro de G1 es $(0, 2)$: cero unidades del bien de joven y dos de mayor. Cada joven de G1 tiene la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, donde c_t es el consumo de joven y c_{t+1} el consumo de mayor. La dotación de bien de cada miembro de G2 es $(4, 0)$: cuatro unidades del bien de joven y cero de mayor. Cada joven de G1 tiene la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}^2$, donde c_t es el consumo de joven y c_{t+1} el consumo de mayor.

(i) Calcula el equilibrio general de cada economía.

(ii) Dados los resultados de (i), supón que los miembros de E1 pudieran emigrar a E2. ¿Lo harían? ¿Cuántos?

(iii) Dados los resultados de (i), supón que los miembros de E2 pudieran emigrar a E1. ¿Lo harían? ¿Cuántos?

11. Pregunta a la inversa. En el modelo de generaciones solapadas hay dos economías, inicialmente cerradas (autárquicas). Caracterízalas como gustes, pero que tengan un equilibrio general diferente.

Selecciona un mercado que exista en ambas economías y supón que las economías limitan su apertura a la otra economía solamente con respecto a ese mercado. Por tanto, imagina que ese mercado que has seleccionado se globaliza y se constituye en mercado internacional. Define las economías de manera que, en el nuevo equilibrio general de las economías, el precio en el mercado internacional sea diferente del que había en cada una de las economías antes de el mercado se globalizara.

Asume que el gobierno de cada economía fija un pago (un impuesto) por el derecho a participar en el mercado global . Para cada economía, identifica un valor del pago que desincentive a los agentes de la economía respectiva a participar en el mercado global (equivalentment, determina pagos que mantengan a cada economía en autarquía).

12. Giro a Solow y Swan (Paolo Malanima). Considera una función de producció agregada $Y_t = F(K_t, L_t)$ que exhiba rendimientos constantes de escala e imagina que el factor L es variable pero el factor K es fijo. Define las variables de manera intensiva no por unidad de L sino por unidad de K: $y_t = Y_t/K_t$ i $l_t = L_t/K_t$.

(i) ¿Es posible transformar la función $Y_t = F(K_t, L_t)$ en una función del tipo $y_t = f(l_t)$? Justifica la respuesta. Si es posible, representa gráficamente la forma que tendría la función $y_t = f(l_t)$.

(ii) Sea $\beta > 0$ la cantidad de Y_t que cada unidad de L_t necesita para su reproducción durante t. Si L se interpreta como personas, β representaría el consumo (mínimo) de subsistencia por persona (de manera que podría entenderse que si cada individuo consume β la población permanece estable). Interpreta el valor $\beta \cdot \frac{L_t}{K_t}$ (o $\beta \cdot l_t$) y representa gráficamente la función $c_t = \beta \cdot l_t$.

(iii) Combina las representaciones gráficas de (i) y (ii) para definir e identificar gráficamente el concepto de estado estacionario, suponiendo que β determina el patrón de consumo (por unidad de K).

(iv) Partiendo de (iii), supón que el patrón de consumo lo dicta una función del tipo $c_t = c \cdot \frac{Y_t}{K_t}$, con $0 < c < 1$ (imagina que la producción que no se consume simplemente se derrocha: no hay acumulación de capital). Vuelve a identificar el concepto de estado estacionario en una representación gráfica de la situación.

13. Solow y Swan con tasa de ahorro variable. Considera el modelo de Solow y Swan sin crecimiento de la población ni progreso tecnológico en el que la tasa de depreciación del capital per cápita es $\delta = 1/8$, la función de producción agregada es $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$ y la tasa de ahorro es $\mathbb{s} = 1/4$ si $k \leq 8$ y $\mathbb{s} = 1/2$ si $k > 8$.

(i) Determina el capital per cápita y el consumo per cápita en todos los estados estacionarios.
(ii) Representa gráficamente el modelo, identifica en la gráfica los estados estacionarios y explica cuáles son estables.

14*. Solow y Swan sin crecimiento de la población ni progreso tecnológico. Considera el modelo de Solow y Swan sin crecimiento de la población ni progreso tecnológico en el que la función de depreciación d del capital per cápita, en lugar de ser la función $d = \delta \cdot k$, es la función $d = 3/4$, si $k < 1$ y $d = 2/3 + k/12$, si $k \geq 1$. La tasa de ahorro es $1/2$ y la función de producción agregada es $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$.

(i) Representa gráficamente el modelo, identifica en la gráfica los estados estacionarios, explica cuáles son estables y calcula el consumo per cápita en cada estado estacionario.

15*. Solow y Swan sin crecimiento de la población ni progreso tecnológico. Considera el modelo de Solow y Swan sin crecimiento de la población ni progreso tecnológico en el que la función de depreciación d del capital per cápita, en lugar de ser la función $d = \delta \cdot k$, es la función $d = 0$, si $k \leq 1$ y $d = k - 1$, si $k > 1$. La función de ahorro per cápita es $s = k/2$ si $k \leq 4$ y $s = (6k - 14)/5$ si $k > 4$.

(i) Representa gráficamente el modelo, identifica en la gráfica los estados estacionarios, explica cuáles son estables y calcula el consumo per cápita en cada estado estacionario.