

Part 1

1.1. [4 punts] Suïcidi. Hi ha un únic bé que no es pot acumular d'un període cap a un altre. No hi ha producció. Hi ha dos grups d'individus, G1 i G2, cadascun format per n membres que viuen, com a màxim, dos períodes consecutius.

Cada membre de G1 té la dotació de bé $(1, 1 + \varepsilon)$, on $\varepsilon > 0$ és un número àrbitrariament proper a zero, 1 és la dotació de jove i $1 + \varepsilon$ és la dotació de gran. Cada membre de G2 té la dotació de bé $(2, 1)$, on 2 és la dotació de jove i 1 és la dotació de gran.

Tots els individus joves tenen la mateixa funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran.

(i) Calcula l'equilibri general de l'economia de cada període.

Imagina que s'introdueix la següent modificació en el model. A l'inici del seu primer període de vida, els individus joves de G1 decideixen si se suïciden al final del seu primer període de vida. Quan un individu de G1 només viu un període, la seva funció d'utilitat de jove és $U_t = c_t$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove. Quan un individu de G1 viu dos períodes, la seva funció d'utilitat de és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Un individu de G1 se suïcida al final del període t si la utilitat dels consums rellevants obtinguts a l'apartat (i) segons U_t és superior a la utilitat segons u_t .

(ii) Donats els resultats de l'apartat (i), determina si algun individu del grup G1 se suïcida. Explica si la resposta afectaria als resultats de l'apartat (i) en cas que els membres de G2 anticipessin la decisió dels membres de G1 (imagina que els membres de G2 coneixen totes les característiques de tots els membres de l'economia, de manera que els membres de G2 podrien replicar els resultats de l'apartat (i) i la conclusió sobre si algun membre de G1 voldria suïcidar-se).

1.2. [7 punts] Multipliqueu-vos. Hi ha un únic bé que no es pot acumular d'un període cap a un altre. No hi ha producció. Hi ha dos grups d'individus, G1 i G2. Cada individu viu dos períodes consecutius. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(1, 0)$, on 1 és la dotació de jove. La dotació de bé de cada membre de G2 és $(0, 1)$, on 1 és la dotació de gran.

Tots els individus joves tenen la mateixa funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran.

Cada individu gran de cada grup decideix el nombre de fills que tindrà. El cost (en unitats del bé) de tenir un fill és $\gamma = 1/4$. Cada individu gran decideix quina part de la quantitat total de bé de què disposa destina a consumir i quina part a pagar el cost de tenir fills.

Tots els individus de G1 que són grans en $t + 1$ tenen la mateixa funció d'utilitat $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot n_{t+2}$, on c_{t+1} el consum que l'individu fa de gran i n_{t+2} és el nombre de fills que té cada gran (n_{t+2} seran els individus de G1 joves en $t + 2$ descendents de l'individu gran considerat en $t + 1$; si hi ha n individus grans en el grup G1 en $t + 1$, aleshores hi haurà $n \cdot n_{t+2}$ individus joves en el grup G1 en $t + 2$).

Tots els individus de G2 que són grans en $t + 1$ tenen la mateixa funció d'utilitat $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot N_{t+2}$, on c_{t+1} el consum que l'individu fa de gran i N_{t+2} és el nombre de fills que té cada gran (N_{t+2} seran els individus de G2 joves en $t + 2$ descendents de l'individu gran considerat en $t + 1$; si hi ha n individus grans en el grup G2 en $t + 1$, aleshores hi haurà $n \cdot N_{t+2}$ individus joves en el grup G1 en $t + 2$).

- (i) Determina quants fills tenen els individus grans de cada grup en l'equilibri general de l'economia.

1.3. [4 punts] Dinasties. Hi ha un únic bé que es pot acumular. En el període inicial $t = 0$ es va acumular un cert estoc de capital disponible en el període següent $t = 1$. Tots els individus són idèntics: viuen dos períodes consecutius, disposen de dues unitats de treball quan són joves, disposen d'una unitat de treball quan són grans i de joves tenen la funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Hi ha n individus joves cada període.

Els individus joves de cada període $t \geq 1$ decideixen l'estoc de capital que volen acumular. Aquest capital no estarà disponible per a ser emprat fins al següent període.

Com hi ha el mateix nombre d'individus joves cada període, suposem que hi ha un lligam entre els joves de dos períodes consecutius. Gràcies a aquest lligam, cada jove de t pot emprar l'estoc de capital que va acumular el jove de $t - 1$ amb què està lligat. Si el capital que va acumular cada jove del període $t - 1$ és k , aleshores cada jove del període t pot produir una quantitat de bé igual al produir de k per la seva dotació de treball de jove.

Els individus grans merament consumeixen tota la quantitat de bé que poden produir. Aquesta quantitat de bé que poden produir s'obté multiplicant la seva dotació de treball de gran amb el capital total disponible per l'individu gran. La quantitat total de capital disponible per a un individu gran és la suma del capital que va heretar quan era jove amb el capital que ell mateix va acumular quan era jove.

- (i) Determina quant capital acumula cada jove i si aquest valor s'incrementa o no amb el temps.

1.4. [4,5 punts] Cicles. Hi ha un únic bé que es pot acumular un període. Cada període, hi ha n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius i que de joves tenen la funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Els individus que neixen en un període senar tenen la dotació de factor treball (1, 1): una unitat de treball de joves i una unitat de grans. Els individus que neixen en un període parell tenen la dotació de factor treball (2, 2): dues unitats de treball de joves i dues unitats de grans.

La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t . Cada factor de producció rep com a remuneració la meitat de la seva productivitat marginal segons la funció de producció agregada.

- (i) Determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i indica si hi ha algun estat estacionari.

1.5. [3,5 punts] Més cicles. Hi ha un únic bé que no es pot acumular. No hi ha producció. Hi ha dos grups d'individus, G_1 i G_2 . Cada grup està format per n individus.

En els períodes senars, la dotació de bé dels membres del grup 1 és (1, 2): una unitat del bé de jove i dues de gran. En els períodes parells, la dotació de bé dels membres del grup 1 és (1, 1). En els períodes senars, la dotació de bé dels membres del grup 2 és (2, 1). En els períodes parells, la dotació de bé dels membres del grup 2 és (2, 2).

Tots els individus joves tenen la mateixa funció d'utilitat $u_t = c_t^2 \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran.

- (i) Calcula l'equilibri general de l'economia.

1.6. [5,5 punts] Globalització. Hi ha dues economies, E1 i E2. A cada economia hi ha n individus idèntics i el mateix bé, que es pot acumular un període i es pot produir.

La dotació de treball dels membres d'E1 és $(2, 1)$: dues unitats de treball de jove i una de gran. Cada jove d'E1 té funció d'utilitat $u_t = c_t^\beta \cdot c_{t+1}$, on $0 < \beta < 1$ és una constant, c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = 2K_t + L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t . Cada factor de producció es remunera segons la seva productivitat marginal en la funció de producció agregada.

La dotació de treball dels membres d'E2 és $(1, 0)$: una unitat de treball de jove i zero de gran. Cada jove d'E2 té funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}^\beta$, on $0 < \beta < 1$ és la mateixa constant d'E1, c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = 2K_t + L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t . Cada factor de producció es remunera segons la seva productivitat marginal en la funció de producció agregada.

- (i) Per a cada economia, determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i l'estoc de capital a tot estat estacionari.
- (ii) Suposa que els membres de les dues economies s'emparellen, de manera que cada membre d'E1 ha de transferir $1/8$ unitats de capital a la seva parella d'E2. Torna a calcular, només per a l'economia E2, l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i l'estoc de capital a tot estat estacionari. Sobre la base dels resultats, fes una anàlisi crítica de la transferència com a mesura de política econòmica per a contribuir a la prosperitat d'E2.
- (iii) **[Extra]** Determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i l'estoc de capital a tot estat estacionari si les dues economies s'integressin i formessin una de sola.

Part 2

2.1. [8,5 punts] Solow i Swan amb creixement de la població. Considera el model de Solow i Swan amb creixement de la població on la taxa de creixement de la població n_t en el període t és proporcional al producte per càpita y_t del mateix període: $n_t = \alpha \cdot y_t = \alpha \cdot (k_t)^{1/2}$, amb $\alpha > 0$ constant. La taxa de depreciació del capital per càpita és $\delta > 0$ i la taxa d'estalvi és $0 < s < 1$.

- (i) Troba la fórmula que determina tots els valors del capital per càpita d'estat estacionari.

2.2. [3,5 punts] Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la taxa de depreciació δ del capital per càpita, en comptes de ser una constant, és la funció decreixent $\delta = 1/k^2$.

- (i) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris i explica quins dels estats estacionaris són estables.

2.3. [5,5 punts] Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Hi ha dues economies, E1 i E2. A cadascuna d'elles la taxa d'estalvi és $1/2$ i la funció de producció agregada és $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$. L'economia E1 té una taxa de depreciació del capital per càpita igual a $\delta_1 = 1/2$. La de l'economia E2 és $\delta_2 = 1/4$. El volum de població és el mateix a cada economia.

- (i) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris i explica quins dels estats estacionaris són estables.
- (ii) Imagina que les dues economies s'integren i en formen una de sola, de manera que ara a l'economia hi ha dos grups d'individus, G1 i G2. El grup G1 prové de l'economia E1 i el grup G2 prové de l'economia E2. Assumint que el capital per càpita que acumula el grup G1 es deprecia a la taxa δ_1 i que el capital per càpita que acumula el grup G2 es deprecia a la taxa δ_2 , determina els estats estacionaris de la nova economia i compara'ls amb els de les economies E1 i E2.

2.4. [4 punts] Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de depreciació d del capital per càpita, en comptes de ser la funció $d = \delta \cdot k$, és la funció $d = 3/4$, si $k < 1$ i $d = 2/3 + k/12$, si $k \geq 1$. La taxa d'estalvi és $1/2$ i la funció de producció agregada és $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$.

- (i) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris, explica quins dels estats estacionaris són estables i calcula el consum per càpita a cada estat estacionari.

2.5. [3,5 punts] Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de depreciació d del capital per càpita, en comptes de ser la funció $d = \delta \cdot k$, és la funció $d = 0$, si $k \leq 1$ i $d = k - 1$, si $k > 1$. La funció d'estalvi per càpita és $s = k/2$ si $k \leq 4$ i $s = k - 2$ si $k > 4$.

- (i) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris, explica quins dels estats estacionaris són estables i calcula el consum per càpita a cada estat estacionari.

Extra

3.1. [1,5 punts] Prosperitat. Identifica el factor o característica d'una economia que consideris més important/rellevant/determinant per a explicar/causar/possibilitar el creixement/desenvolupament/progrés/prosperitat de l'economia i explica els motius.