

☞ OPCIÓ A ☞

Triar l'Opció A implica:

- (i) que la nota final del curs la determina la nota d'aquest examen (premis apart);
- (ii) que la nota de l'examen és, com a màxim, 6 (sobre 10);
- (iii) respondre a la pregunta A1 i a una de les preguntes A2 i A3.

A1. Generacions encavalcades i independència. Hi ha només un bé, que pot acumular-se només un període en forma de capital (sense depreciació) i que pot produir-se combinant els factors treball i capital. Dos grups, 1 i 2, integren cada generació. El grup 1 està format per $2 \cdot n$ individus idèntics, cadascú amb una unitat de treball de jove i dues unitats de treball de grans. La funció d'utilitat de cada jove del grup 1 en el moment t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran i $0 < \beta < 1$. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

El grup 2 està format per n individus idèntics, cadascú amb quatre unitats de treball de jove i dues unitats de treball de grans. La funció d'utilitat de cada jove del grup 2 en el moment t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

La funció de producció agregada en cada moment t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, on K_t és el capital total en el moment t i L_t és el volum total de treball ofert en t . Tots els individus d'ambdós grups ofereixen el seu treball, tant de joves com de grans. La remuneració del capital és la meitat de la productivitat marginal del capital. La remuneració del treball és la meitat de la productivitat marginal del treball. S'assumeix que, per arbitratge, la taxa d'interès d'un préstec en el moment t coincideix amb la remuneració del capital en el moment $t + 1$.

- (i) Determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació del capital i representa-la gràficament.
- (ii) Imagina que els membres del grup 2 s'independitzen i constitueixen una economia pròpia, separada de l'economia que formarien els membres del grup 1. A cada economia es mantenen les dotacions dels membres dels grups respectius, la funció de producció de l'economia original i les regles que determinen les remuneracions dels factors. Determina l'equació que representa la trajectòria d'acumulació del capital de cada economia i compara-la amb l'obtinguda en l'apartat (i) per a jutjar si a algun dels grups li convé la secessió.

A2. Model de Solow i Swan amb diferents taxes d'estalvi. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població ni progrés tecnològic on la taxa de depreciació del capital per càpita és $\delta = 1/8$, la funció de producció agregada és $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$ i la taxa d'estalvi és $s = 1/4$ si $k \leq 8$ i és $s = 1/2$ si $k > 8$.

- (i) Determina el capital per càpita i el consum per càpita a tots els estats estacionaris.
- (ii) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris i explica quins dels estats estacionaris són estables.

A3. Model de Solow i Swan amb creixement de la població i progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan amb funció de producció agregada $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$, on la taxa d'estalvi és el doble de la taxa de depreciació del capital per càpita i on la taxa de creixement $n > 0$ de la població és la mateixa que la taxa d'acumulació del progrés tecnològic.

- (i) Determina la fórmula que estableix el capital per càpita d'estat estacionari.
- (ii) Partint de la fórmula trobada a (i), calcula la derivada parcial respecte de la taxa d'estalvi i respecte de la taxa de creixement de la població. Interpreta els resultats.

👉 OPCIÓ B 👈

Triar l'Opció B implica:

- (i) que la nota final del curs la determina la nota d'aquest examen (premis apart) i, si resulta favorable, alguna de les qualificacions del exàmens realitzats anteriorment;
- (ii) que la nota de l'examen és, com a màxim, 10 (sobre 10);
- (iii) respondre alguna pregunta del grup 1 i alguna del grup 2.

Grup 1

B1. [3 punts] La pregunta A1 de l'Opció A.

B2. [4,5 punts] Generacions encavalcades amb dotacions cícliques. Hi ha un únic bé que es pot acumular un període. Cada període, hi ha n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius i que de joves tenen la funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Els individus que neixen en un període senar tenen la dotació de factor treball (1, 1): una unitat de treball de joves i una unitat de grans. Els individus que neixen en un període parell tenen la dotació de factor treball (2, 2): dues unitats de treball de joves i dues unitats de grans.

La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t . Cada factor de producció rep com a remuneració la meitat de la seva productivitat marginal segons la funció de producció agregada.

- (i) Determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i indica si hi ha algun estat estacionari.

B3. [5,5 punts] Generacions encavalcades amb dues economies. Hi ha dues economies, E1 i E2. A cada economia hi ha n individus idèntics i el mateix bé, que es pot acumular un període i pot ser produït.

La dotació de treball dels membres d'E1 és (2, 1): dues unitats de treball de jove i una de gran. Cada jove d'E1 té funció d'utilitat $u_t = c_t^\beta \cdot c_{t+1}$, on $0 < \beta < 1$ és una constant, c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = 2K_t + L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t . Cada factor de producció es remunera segons la seva productivitat marginal en la funció de producció agregada.

La dotació de treball dels membres d'E2 és (1, 0): una unitat de treball de jove i una de gran. Cada jove d'E2 té funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}^\beta$, on $0 < \beta < 1$ és la mateixa constant d'E1, c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = 2K_t + L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en t i L_t és la quantitat total de treball disponible en t . Cada factor de producció es remunera segons la seva productivitat marginal en la funció de producció agregada.

- (i) Per a cada economia, determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i l'estoc de capital a tot estat estacionari.

- (ii) Suposa que els membres de les dues economies s'emparellen, de manera que cada membre d'E1 ha de transferir $1/8$ unitats de capital a la seva parella d'E2. Torna a calcular, només per a l'economia E2, l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació de l'estoc de capital i l'estoc de capital a tot estat estacionari. Sobre la base dels resultats, fes una anàlisi crítica de la transferència com a mesura de política econòmica per a contribuir a la prosperitat d'E2.

B4. [5 punts] Generacions encavalcades amb lleure i transferències. A l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre. Cada generació està formada per n individus idèntics. Cada individu jove té una dotació d'una unitat de treball. Cada individu gran no té dotació de treball.

Cada individu jove en el moment t decideix quina fracció e_t de la seva unitat de treball dedica a activitats d'esbarjo i quina fracció $1 - e_t$ dedica a produir el bé. La funció de producció del bé a partir del treball és la funció identitat: si x unitats de treball es destinen a produir el bé, la producció resultant del bé són x unitats.

La funció d'utilitat de cada individu que és jove en el moment t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^2 \cdot e_t$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran i e_t l'esbarjo que tria de jove. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el consum que fa de gran. Tots els individus prenen les seves decisions amb l'objectiu de maximitzar la seva utilitat.

En cada moment t , els individus grans imposen als individus joves l'obligació de donar-los la proporció τ_t de la producció que els joves realitzen. Els grans consumeixen la producció que els joves els lliuren i els joves consumeixen la producció que els resta després de fer la transferència als grans.

- (i) Determina el consum que cada individu fa de jove, el consum de gran, la part del seu treball dedicada a activitats d'esbarjo i la proporció de la producció dels joves de la qual els grans se n'apropien.

B5. [5 punts] Generacions encavalcades amb impostos. A l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre. Cada generació està formada per tres grups: 1, 2 i 3. Cada grup està format per n individus idèntics. La funció d'utilitat de cada jove és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

No hi ha producció. Cada individu del grup 1 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu del grup 2 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. Cada individu del grup 3 no té dotació del bé, ni de jove ni de gran.

La llei dicta que, cada període, cada membre jove dels grups 1 i 2 ha de pagar τ unitats del bé (aquest import és el mateix cada període i suficientment petit per a què tothom el pugui pagar). La llei també estableix que la recaptació total de l'impost en el període sigui distribuïda, en el mateix període, de manera igualitària entre els membres del grup 3, però no especifica si els destinataris de la transferència han de ser els joves del grup 3 o els grans del grup 3.

- (i) Determina l'equilibri general, i la utilitat corresponent de cada individu, en els dos casos: cas 1, la transferència es fa als joves del grup 3; cas 2, la transferència es fa als grans del grup 3. Jutja quina opció consideres més recomanable.

Grup 2

C1. [2,5 punts] La pregunta A2 de l'Opció A.

C2. [2,5 punts] La pregunta A3 de l'Opció A.

C3. [3,5 punts] **Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic.** Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de depreciació d del capital per càpita, en comptes de ser la funció $d = \delta \cdot k$, és la funció $d = 3/4$, si $k < 1$ i $d = 2/3 + k/12$, si $k \geq 1$. La taxa d'estalvi és $1/2$ i la funció de producció agregada és $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$.

(i) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris, explica quins dels estats estacionaris són estables i calcula el consum per càpita a cada estat estacionari.

C4. [3,5 punts] **Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic.** Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de depreciació d del capital per càpita, en comptes de ser la funció $d = \delta \cdot k$, és la funció $d = 0$, si $k \leq 1$ i $d = k - 1$, si $k > 1$. La funció d'estalvi per càpita és $s = k/2$ si $k \leq 4$ i $s = (6k - 14)/5$ si $k > 4$.

(i) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris i explica quins dels estats estacionaris són estables i calcula el consum per càpita a cada estat estacionari.

Si vols, pots indicar al requadre la nota final que creus que mereixes.

Si vols, pots indicar a continuació què t'ha semblat més interessant del curs i què t'ha semblat menys interessant.