

Llista d'exercicis 1 · Generacions encavalcades

1. Funcions de consum i d'estalvi. (i) Troba les funcions de consum i estalvi si $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t)^\alpha \cdot c_t^i(t+1)^\beta$, on α i β són constants positives. (ii) Fes el mateix si $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t)^\alpha + c_t^i(t+1)^\beta$.

2. Equilibri general competitiu. (i) Determina l'equilibri general competitiu a cadascun dels dos casos de l'exercici 1 si, de grans, els consumidors no tenen cap dotació i hi ha 100 membres a cada generació. (ii) Fes el mateix sabent, a més, que cada període hi ha una unitat del bé.

3. Equilibri general competitiu i Paretoeficiència. Verifica que l'equilibri general competitiu de la següent economia no és Paretoeficient: (a) cada generació està formada per 100 consumidors (numerats de l'1 al 100); (b) la dotació de cada consumidor jove és 2; (c) la dotació de cada consumidor gran és 1; i (d) $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$.

4. Equilibri general competitiu i Paretoeficiència. Fes el mateix que a l'exercici 3 amb l'única diferència que $w_t^i(t) = 2$, si $i \in \{2, 4, 6, \dots, 100\}$ i $w_t^i(t) = 1$, si $i \in \{1, 3, 5, \dots, 99\}$.

5. Equilibri general competitiu, impostos i Paretoeficiència. (i) Calcula l'equilibri general competitiu a l'economia de l'exercici 3 quan s'estableix un impost d'una unitat que paguen els consumidors joves i una transferència d'una unitat que reben els consumidors grans. (ii) És l'assignació de consum d'aquest equilibri superior en el sentit de Pareto a l'assignació de consum de l'equilibri sense impostos ni transferències?

6. Imposició òptima. Amb població constant, tots els consumidors són idèntics amb funció d'utilitat $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. (i) Si tothom (gent jove i gent gran) són idèntics, es produiran préstecs? (ii) Una assignació de consum es diu simètrica si tots els membres de totes les generacions consumeixen el mateix lot (però no necessàriament consumeixen el mateix de joves que de grans). El govern pretén establir un impost-transferència τ que, a tot període t , recapta τ de cada individu d'una generació viva a t i transfereix τ a un individu de l'altra generació viva a t (això és, cada consumidor jove transfereix τ a un consumidor gran o viceversa). L'objectiu del govern és triar τ tal que en resulti una assignació de consum simètrica Paretoeficient. Calcula τ . [Pista: empra la resposta de l'apartat (i).]

7. Equilibri amb robatoris. Cada generació té 100 membres: 80 ("els pobres") amb dotació de bé (1,0) i els altres 20 ("els rics") amb dotació (4,2). Tot jove de cada generació té funció d'utilitat $u_t^i = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. No hi ha capital ni producció.

- (i) Calcula l'equilibri general, assenyalant el consum total que fa rics i pobres, quan hi ha mercat de préstecs i quan no n'hi ha.
- (ii) Imagina que els pobres que són joves poden robar bé dels rics. En concret, després del robatori, cada jove pobre obté b unitats del bé. El botí total al moment t puja a $80 \cdot b$ unitats, $3 \cdot b$ provenen de cada ric jove a t i b unitats de cada ric gran a t . Respon a les preguntes de l'apartat (i) prenent $b = 1$. Quan hi ha mercat de préstecs, fa el robatori incrementar la desigualtat entre rics i pobres (mesurada tant en consum com en utilitat)?

8. Equilibrio con bonos. La función de utilidad de cada consumidor i es $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. Cada generación está formada por 100 individuos, 80 de ellos con dotación (1,0) y los restantes 20 con dotación (2,0). El gobierno pretende recaudar 10 unidades del bien mediante la emisión de bonos que vencen a un período. Al vencimiento, los bonos se pagan mediante la emisión de más bonos, que también vencen a un período. Y así sucesivamente.

- (iii) Determina el tipo de interés de equilibrio, el precio de los bonos y la cantidad de bonos emitidos en los períodos 1, 2 y 3.
- (iv) Responde al apartado (i) si la dotación de los 20 es (2, 1) en lugar de (2, 0).
- (v) Con los datos del apartado (ii), determina la recaudación inicial del gobierno que hace que la política de refinanciación sistemática de la deuda produzca una secuencia de bonos constante.
- (vi) Con los datos del apartado (ii), indica una recaudación inicial que haga eventualmente insostenible la refinanciación de la deuda pública.
- (vii) Responde al apartado (i) con los datos del (ii) si, en el período 2, fallecen la mitad de los individuos jóvenes con dotación (1, 0).
- (viii) Responde al apartado (v) si, en el período 2, fallecen la mitad de los individuos jóvenes con dotación (2, 1).
- (ix) Vuelve a solucionar el apartado (ii) si el gobierno también pretende recaudar 10 en el período 2.

9. Equivalencia ricardiana. La función de utilidad de cada consumidor i es $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. Forman cada generación 100 individuos, 80 de ellos con dotación (1,0) y los restantes 20 con dotación (2,0). El gobierno pretende financiar un gasto de 10 que se produce en $t = 1$. Verifica si el tipo de interés de equilibrio es el mismo con las siguientes dos políticas de financiación del gasto.

- (i) Política 1: en $t = 1$, el gobierno establece un impuesto de 1/8 que tienen que pagar los jóvenes con dotación (1, 0). Política 2: en $t = 1$, el gobierno emite bonos, que se pagan en $t = 2$ mediante impuestos que recaen sobre los jóvenes de $t = 2$ con dotación (1, 0).
- (ii) Política 1: la misma que en (i). Política 2: la misma que en (i) sólo que los jóvenes de $t = 2$ que pagan los impuestos son los que tienen dotación (2, 0).
- (iii) Política 1: la misma que en (i), con la única diferencia que los jóvenes que pagan tienen dotación (2, 0). Política 2: la misma que en (i).
- (iv) Política 1: la misma que en (iii). Política 2: la misma que en (ii), sólo que en $t = 2$ pagan los impuestos los mayores con dotación (2, 0).
- (v) Política 1: la misma que en (iii). Política 2: la misma que en (ii), sólo que en $t = 2$ pagan los impuestos los mayores con dotación (1, 0).
- (vi) Política 1: en $t = 1$, el gobierno establece un impuesto de 0'1 que pagan los jóvenes. Política 2: en $t = 1$, el gobierno emite bonos, que se pagan en $t = 2$ mediante un impuesto fijo que recaen sobre los mayores de $t = 2$.

10. Equilibrio con dinero. La función de utilidad de cada consumidor i es $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. Cada generación está formada por 100 individuos, 60 de ellos con dotación $(1, 0)$ y los restantes 40 con dotación $(0, 1)$.

- (i) Calcula el equilibrio general y explica el patrón de préstamos (comercio) resultante en el equilibrio.
- (ii) Calcula el equilibrio general si cada mayor en el período $t = 1$ dispone de una unidad de dinero fiduciario. Los poseedores de dinero en t fiduciario lo ofrecen siempre inelásticamente a un precio (en bienes) $p(t)$. Los compradores en t de dinero fiduciario saben que lo podrán vender en $t + 1$ por un determinado precio $p(t + 1)$. Compara los resultados con los del apartado (i). Obtén la demanda de dinero de los jóvenes.
- (iii) Con los datos del apartado (ii), calcula el equilibrio general (y la demanda de dinero de los jóvenes) si, en el período de la compra: (i) cada comprador de dinero fiduciario tiene que pagar al gobierno el 10% del valor de la compra; y (ii) el gobierno distribuye igualitariamente la recaudación entre los mayores del mismo período.

11. Equilibrio con dinero y pensiones. La función de utilidad de cada consumidor i es $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. Cada generación está formada por 100 individuos, 40 con dotación $(0, 2)$ y los otros 60 con dotación $(1, 0)$. Éstos últimos disponen además de una unidad de dinero fiduciario cuando son mayores.

- (i) Calcula el equilibrio general.
- (ii) El gobierno establece un sistema de reparto mediante el cual establece un impuesto de $0'6$ a pagar por cada joven con dotación positiva cuando joven. La recaudación de este impuesto se distribuye igualitariamente entre los mayores del período. Calcula el equilibrio general.
- (iii) Calcula el equilibrio general con los datos del apartado (ii) pero suponiendo que no hay dinero fiduciario.

12. Equilibrio con producción. La función de utilidad de cada consumidor i es $u_t^i(c_t^i(t), c_t^i(t+1)) = \ln c_t^i(t) + \beta \cdot \ln c_t^i(t+1)$, donde $0 < \beta < 1$. Cada generación está formada por 100 individuos, 50 con dotación $(0, 1)$ y 50 con dotación $(2, 0)$. La función de producción es $Y(t) = K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}$ y $K(1) > 0$.

- (i) Determina la ecuación en diferencias que establece la trayectoria del stock de capital.
- (ii) Calcula un estado estacionario con stock positivo y el equilibrio general correspondiente.
- (iii) Responde a las cuestiones (i) y (ii) si la generación $t + 1$ tiene un 50% más de miembros que la generación t .
- (iv) Responde a las cuestiones (i) y (ii) si en el período 2 fallece la mitad de los jóvenes.
- (v) Responde a las cuestiones (i) y (ii) si en el período 2 se destruye la mitad del stock de capital.