Uno de dos economías con emigración

Hay dos economías, E1 y E2, inicialmente autárquicas y en las que se produce un único (el mismo) bien.

Descripción de la economía E1

• Consumidores/trabajadores. Cada generación t está formada por 100 individuos idénticos que viven dos períodos. La dotación de factor trabajo de cada individuo es $(1, 0)$: cuando joven, el individuo cuenta con una unidad de trabajo; cuando mayor, no cuenta con ninguna. La función de utilidad de cada individuo de la generación t es $u_t\big(c_t(t), c_t(t+1)\big) = c_t(t) \cdot c_t(t+1)^{1/2}$.

• Empresas. Las empresas son competitivas y todas iguales. La función de producción agregada es $Y(t) = K(t)^{1/2} \cdot L(t)^{1/2}$.

• Mercados. Aparte del mercado del bien, sólo hay dos mercados: el mercado de trabajo y el mercado de capital productivo. Ambos son competitivos.

(i) [23 puntos] Determina la ecuación en diferencias que establece la trayectoria del stock de capital en la economía E1.

Dado que todos los individuos son iguales, no hay mercado de préstamos y la única alternativa al consumo es la acumulación de capital. Además, $L_t = 100 \cdot 1 + 100 \cdot 0 = 100$.

Función de ahorro individual

Restricción presupuestaria de los jóvenes	$c_t + k_{t+1} = 1 \cdot \omega_t$
Restricción presupuestaria de los mayores	$c_{t+1} = \sigma_{t+1} \cdot k_{t+1}$
Restricción presupuestaria vital	$c_t + \frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}} = \omega_t$
Condición de tangencia	$\frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}} = \frac{1}{2} c_t$
Función de demanda del bien (cuando joven)	$c_t = \frac{2}{3}\omega_t$
Función de ahorro individual	$s_t = \omega_t - c_t = \frac{1}{3}\omega_t$

Dinámica de acumulación de capital

Función de ahorro de la economía	$S_t = 100 \cdot s_t = \frac{100}{3}\omega_t$

Salario competitivo	$\omega_t = \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = \frac{1}{2}\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{1/2} = \frac{1}{2}\left(\frac{K_t}{100}\right)^{1/2} = \frac{K_t{}^{1/2}}{20}$
Función de ahorro de la economía	$S_t = \frac{5}{3} \cdot K_t{}^{1/2}$
Condición de equilibrio	$S_t = K_{t+1}$
Senda de acumulación de capital	$K_{t+1} = \frac{5}{3} K_t{}^{1/2}$

(ii) [4 puntos] Para E1, calcula el stock de capital de estado estacionario que sea positivo, así como el consumo de cada individuo, el precio del trabajo y el precio del capital en ese estado estacionario.

Estado estacionario $\bar{K} > 0$

Condición de estado estacionario	$K_{t+1} = K_t$
Valor del estado estacionario	$\bar{K} = \frac{5}{3}\bar{K}^{1/2} \;\Rightarrow\; \bar{K} = \frac{25}{9}$
Salario	$\bar{\omega} = \frac{5/3}{20} = \frac{1}{12}$
Precio del capital	$\sigma_t = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \frac{1}{2}\left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1/2} = \frac{5}{K_t{}^{1/2}} \;\Rightarrow\; \bar{\sigma} = 3$
Consumo individual del estado estacionario	$\bar{c}_{joven} = \frac{1}{18} \qquad \bar{c}_{mayor} = \frac{1}{2} \cdot \bar{c}_{joven} \cdot \bar{\sigma} = \frac{1}{12}$

Descripción de la economía E2

• Consumidores/trabajadores. Cada generación t está formada por 50 individuos idénticos que viven dos períodos. La dotación de factor trabajo de cada individuo es $(2, 0)$: cuando joven, el individuo cuenta con dos unidades de trabajo; cuando mayor, no cuenta con ninguna. La función de utilidad de cada individuo de la generación t es $u_t\big(c_t(t), c_t(t+1)\big) = c_t(t) \cdot c_t(t+1)$.

• Empresas. Las empresas son competitivas y todas iguales. La función de producción agregada es $Y(t) = 2 \cdot K(t)^{1/2} \cdot L(t)^{1/2}$.

• Mercados. Aparte del mercado del bien, sólo hay dos mercados: el mercado de trabajo y el mercado de capital productivo. Ambos son competitivos.

(iii) [23 puntos] Determina la ecuación en diferencias que establece la trayectoria del stock de capital en la economía E2.

Al ser iguales todos los individuos, no hay mercado de préstamos y la única alternativa al consumo es la acumulación de capital. Por otro lado, $L_t = 50 \cdot 2 + 50 \cdot 0 = 100$.

Función de ahorro individual

Restricción presupuestaria de los jóvenes	$c_t + k_{t+1} = 2 \cdot \omega_t$
Restricción presupuestaria de los mayores	$c_{t+1} = \sigma_{t+1} \cdot k_{t+1}$
Restricción presupuestaria vital	$c_t + \frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}} = 2 \cdot \omega_t$
Condición de tangencia	$\frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}} = c_t$
Función de demanda del bien (cuando joven)	$c_t = \omega_t$
Función de ahorro individual	$s_t = \omega_t - c_t = \omega_t$

Dinámica de acumulación de capital

Función de ahorro de la economía	$S_t = 50 \cdot s_t = 50 \cdot \omega_t$
Salario competitivo	$\omega_t = \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = 2\frac{1}{2}\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{1/2} = \left(\frac{K_t}{100}\right)^{1/2} = \frac{{K_t}^{1/2}}{10}$
Función de ahorro de la economía	$S_t = 5 \cdot {K_t}^{1/2}$
Condición de equilibrio	$S_t = K_{t+1}$
Senda de acumulación de capital	$K_{t+1} = 5 \cdot {K_t}^{1/2}$

(iv) [4 puntos] Para E2, calcula el stock de capital de estado estacionario que sea positivo, así como el consumo de cada individuo, el precio del trabajo y el precio del capital en ese estado estacionario.

Estado estacionario $\bar{K} > 0$

Condición de estado estacionario	$K_{t+1} = K_t$
Valor del estado estacionario	$\bar{K} = 5 \cdot \bar{K}^{1/2} \Rightarrow \bar{K} = 25$
Salario	$\bar{\omega} = \frac{\bar{K}^{1/2}}{10} = \frac{1}{2}$
Precio del capital	$\sigma_t = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = 2\frac{1}{2}\left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1/2} = \frac{10}{{K_t}^{1/2}} \Rightarrow \bar{\sigma} = 2$
Consumo individual del estado estacionario	$\bar{c}_{joven} = \frac{1}{2}$ $\quad \bar{c}_{mayor} = \bar{c}_{joven} \cdot \bar{\sigma} = 1$

(v) [40 puntos] Considerando los resultados de los apartados (ii) y (iv), identifica la economía con mayor salario de estado estacionario. Supón que se permite la emigración de trabajadores de la economía con menor salario a la economía con mayor salario. Supón asimismo que la emigración tiene lugar hasta que los salarios de estado estacionario de ambas economías se igualan. Determina el número n de emigrantes que produciría la igualación de los salarios en el estado estacionario de ambas economías (si n no es entero, da como respuesta el número entero más próximo a n por defecto).

Sean todos las valores indicados a continuación los de estado estacionario. El subíndice 1 hace referencia a la economía E1 y el 2 a la economía E2.

Según (ii) y (iv), el salario mayor se da en E2. Por ello, la emigración se producirá de E1 a E2. Las siguientes variables se refieren a la situación a la que se llega tras la emigración.

Dotaciones de trabajo

Dotación total de trabajo total en E1 $L_1 = (100 - n) \cdot 1 + (100 - n) \cdot 0 = 100 - n$

Dotación total de trabajo total en E2 $L_2 = (50 \cdot 2 + 50 \cdot 0) + (n \cdot 1 + n \cdot 0) = 100 + n$

Salarios

Salario en E1 $\omega_1 = \frac{\partial Y_1}{\partial L_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{K_1}{L_1}\right)^{1/2} = \frac{1}{2}\left(\frac{K_1}{100-n}\right)^{1/2}$

Salario en E2 $\omega_2 = \frac{\partial Y^2}{\partial L^2} = 2\frac{1}{2}\left(\frac{K_2}{L^2}\right)^{1/2} = \left(\frac{K_2}{100+n}\right)^{1/2}$

Igualdad de salarios $\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{K_1}{100-n}\right)^{1/2} = \left(\frac{K_2}{100+n}\right)^{1/2} \Rightarrow \boxed{\frac{K_1}{100-n} = 4 \cdot \frac{K_2}{100+n}}$

Estado estacionario en E1

Función de ahorro individual $s_1 = \frac{1}{3}\omega_1$ (la misma que la calculada en (i))

Función de ahorro de la economía $S_1 = (100 - n)\frac{1}{3}\omega_1 = (100 - n)\ \frac{1}{3}\frac{1}{2}\left(\frac{K_1}{100-n}\right)^{1/2}$

Equilibrio de estado estacionario $S_1 = K_1$

Capital en estado estacionario $\left(\frac{100-n}{6}\right)\left(\frac{K_1}{100-n}\right)^{1/2} = K_1 \Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{100-n}{36}}$

Estado estacionario en E2

Función de ahorro individual $s_2 = \omega_2$ (la misma que la calculada en (iii))

Función de ahorro de la economía $S_2 = 100 \cdot s_2 + n \cdot s_1 = 100 \cdot \omega_2 + n \cdot \frac{1}{3} \cdot \omega_2 =$

$= \left(100 + \frac{n}{3}\right) \cdot \left(\frac{K_2}{100+n}\right)^{1/2}$

(La función de ahorro s_1 de los emigrantes de E1 se calcula con el salario de la economía E2. Esto significa que, en S_2, $s_1 = \frac{1}{3} \cdot \omega_2$ en lugar de $s_1 = \frac{1}{3} \cdot \omega_1$.)

Equilibrio de estado estacionario $S_2 = K_2$

Capital en estado estacionario $\left(100 + \frac{n}{3}\right) \cdot \left(\frac{K_2}{100+n}\right)^{1/2} = K_2 \;\Rightarrow\; \boxed{K_2 = \frac{\left(100+\frac{n}{3}\right)^2}{100+n}}$

Obtención del número de inmigrantes n

El valor de n buscado se obtiene solucionando el sistema de las tres ecuaciones enmarcadas. En concreto, substituyendo las dos últimas en la primera

$$\frac{\frac{100-n}{36}}{100-n} = 4 \cdot \frac{\frac{\left(100+\frac{n}{3}\right)^2}{100+n}}{100+n}$$

y, de aquí,

$$(100+n)^2 = 144 \cdot \left(100 + \frac{n}{3}\right)^2$$

o

$$100 + n = 12 \cdot \left(100 + \frac{n}{3}\right).$$

De la anterior ecuación se deduce que $n = -\frac{1100}{3}$. Puesto que este valor no es admissible, la conclusión es que, si se permite la emigración de E1 a E2, no es posible conseguir la igualación de los salarios en un estado estacionario obtenido mediante el equilibrio general competitivo. En respuesta a (vi), la integración de los mercados laborales de E1 y E2 imposibilita la consecución simultánea de estados estacionarios. O bien, la existencia de estados estacionarios exige la desigualdad salarial entre economías.

Cuestión: ¿qué explicación económica hay para la inexistencia de los respectivos estados estacionarios con un salario común?

(vi) [6 puntos] Explica el resultado obtenido en (v). En particular, juzga las consecuencias de la emigración para las dos economías (cuando se encuentran en sus estados estacionarios respectivos).