Dinàmica Macroeconòmica · Examen de 7 de gener de 2014

1[40]. Model de generacions encavalcades. Existeix un únic bé, que es pot produir mitjançant un factor de producció X. La funció de producció del bé a partir d'X és la funció identitat: x unitats de factor X produeixen x unitats del bé. El preu del factor X és 1. Cada generació t està formada per dos grups, G1 i G2. Hi ha 30 individus a cada grup. Cada membre del grup G1 només disposa d'una unitat d'X quan és jove. Cada membre del grup G2 només disposa d'una unitat d'X quan és gran.

Tots els individus viuen dos períodes i tenen la funció d'utilitat $u_t\big(c_t(t), c_t(t+1)\big) = c_t(t) \cdot c_t(t+1) \cdot (1-x_t)$, on x_t representa la quantitat total del factor X que l'individu de la generació t decideix dedicar a la producció del bé (el factor X pot interpretar-se com a temps de feina). La font de renda dels individus és la venda de (possiblement, només part) de la seva dotació d'X. Cada membre ha decidir quant consumeix $c_t(t)$ de jove, quant consumeix $c_t(t+1)$ de gran i quina part x_t de la seva unitat d'X ven (els membres de G1 venen X quan són joves i els de G2 quan són grans).

(i) Per a cada individu de cada grup, determina el consum de jove, el consum de gran i la part d'X que ven l'individu en l'equilibri general.

Grup G1

Restricció pressupostària dels joves	$c_t + l_t = 1 \cdot x_t$
Restricció pressupostària dels grans	$c_{t+1} = R_t \cdot l_t$
Restricció pressupostària vital	$c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = x_t$

Objectiu de cada individu

$$\textit{maximitzar} \quad c_t \cdot c_{t+1} \cdot (1-x_t)$$
$$\textit{sotmès a} \quad c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = x_t$$

Lagrangià del problema

$$L_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (1-x_t) + \lambda_t \left[x_t - c_t - \frac{c_{t+1}}{R_t}\right]$$

Condicions de primer ordre

(i) $$0 = \frac{\partial L_t}{\partial c_t} = c_{t+1} \cdot (1-x_t) - \lambda_t \Rightarrow \lambda_t = c_{t+1} \cdot (1-x_t)$$

(ii) $$0 = \frac{\partial L_t}{\partial c_{t+1}} = c_t \cdot (1-x_t) - \frac{\lambda_t}{R_t} \Rightarrow \lambda_t = R_t \cdot c_t \cdot (1-x_t)$$

(iii) $$0 = \frac{\partial L_t}{\partial x_t} = -c_t \cdot c_{t+1} + \lambda_t \Rightarrow \lambda_t = c_t \cdot c_{t+1}$$

(iv) $$0 = \frac{\partial L_t}{\partial \lambda_t} = x_t - c_t - \frac{c_{t+1}}{R_t} \Rightarrow c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = x_t$$

Combinant (i) i (ii), s'obté $\frac{c_{t+1}}{R_t} = c_t \cdot$ Substituint a (iv), $c_t = x_t/2$. Emprant (i) i (iii), $c_t = 1 - x_t$. De $c_t = x_t/2$ i $c_t = 1 - x_t$ resulta $x_t = 2/3$. En conseqüència, $c_t = 1/3$.

Funció d'estalvi individual	$s_t = x_t - c_t = 1/3$
Funció d'estalvi total del grup G1	$S_t^1 = 30 \cdot \frac{1}{3} = 10$

Grup G2

Restricció pressupostària dels joves	$c_t + l_t = 0$
Restricció pressupostària dels grans	$c_{t+1} = R_t \cdot l_t + 1 \cdot x_{t+1}$
Restricció pressupostària vital	$c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = \frac{x_{t+1}}{R_t}$

Objectiu de cada individu: *maximitzar* $c_t \cdot c_{t+1} \cdot (1 - x_{t+1})$

sotmès a $c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = \frac{x_{t+1}}{R_t}$

Lagrangià del problema: $L_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (1 - x_{t+1}) + \lambda_t \left[\frac{x_{t+1}}{R_t} - c_t - \frac{c_{t+1}}{R_t}\right]$

Condicions de primer ordre

(v) $0 = \frac{\partial L_t}{\partial c_t} = c_{t+1} \cdot (1 - x_{t+1}) - \lambda_t \Rightarrow \lambda_t = c_{t+1} \cdot (1 - x_{t+1})$

(vi) $0 = \frac{\partial L_t}{\partial c_{t+1}} = c_t \cdot (1 - x_{t+1}) - \frac{\lambda_t}{R_t} \Rightarrow \lambda_t = R_t \cdot c_t \cdot (1 - x_{t+1})$

(vii) $0 = \frac{\partial L_t}{\partial x_{t+1}} = -c_t \cdot c_{t+1} + \frac{\lambda_t}{R_t} \Rightarrow \lambda_t = R_t \cdot c_t \cdot c_{t+1}$

(viii) $0 = \frac{\partial L_t}{\partial \lambda_t} = x_t - c_t - \frac{c_{t+1}}{R_t} \Rightarrow c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = \frac{x_{t+1}}{R_t}$

Combinant (v) i (vi), s'obté $c_t = \frac{c_{t+1}}{R_t} \cdot$ Substituint a (viii), $2 \cdot \frac{c_{t+1}}{R_t} = \frac{x_{t+1}}{R_t}$. Per conegüent, $c_{t+1} = x_{t+1}/2$. Emprant (vi) i (vii), $c_{t+1} = 1 - x_{t+1}$. De $c_{t+1} = \frac{x_{t+1}}{2}$ i $c_{t+1} = 1 - x_{t+1}$ resulta $x_{t+1} = 2/3$. D'aquí que $c_{t+1} = 1/3$. Sabent que $c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = \frac{x_{t+1}}{R_t}$, $c_t = \frac{1}{3 \cdot R_t}$.

Funció d'estalvi individual	$s_t = 0 - c_t = -\frac{1}{3 \cdot R_t}$
Funció d'estalvi total del grup G2	$S_t^2 = 30 \cdot \left(-\frac{1}{3 \cdot R_t}\right) = -\frac{10}{R_t}$

Equilibri

Funció d'estalvi agregat	$S_t = S_t^1 + S_t^2 = 10 - \frac{10}{R_t}$
Condició d'equilibri	$S_t = 0$
Taxa d'interès (bruta) d'equilibri (per a tot t)	$R_t = 1$
Decisions de cada membre de G1	$(c_t, c_{t+1}, x_t) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
Decisions de cada membre de G2	$(c_t, c_{t+1}, x_{t+1}) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(ii) Respon a les mateixes qüestions de l'apartat (i) si cada membre de G2 disposa d'una unitat d'X quan és jove **i** una unitat del bé quan és gran.

Els resultats de G1 continuen sent vàlids: $x_t = 2/3$, $c_t = 1/3$, $c_{t+1} = R_t \cdot (x_t - c_t)$ i $S_t^1 = 10$.

Grup G2

Restricció pressupostària dels joves $c_t + l_t = 1 \cdot x_t$

Restricció pressupostària dels grans $c_{t+1} = R_t \cdot l_t + 1$

Restricció pressupostària vital $c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = x_t + \frac{1}{R_t}$

Objectiu de cada individu $\textit{maximitzar} \quad c_t \cdot c_{t+1} \cdot (1 - x_t)$

$\textit{sotmès a} \quad c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = x_t + \frac{1}{R_t}$

Lagrangià del problema $L_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (1 - x_t) + \lambda_t \left[x_t + \frac{1}{R_t} - c_t - \frac{c_{t+1}}{R_t} \right]$

Condicions de primer ordre

(v) $0 = \frac{\partial L_t}{\partial c_t} = c_{t+1} \cdot (1 - x_t) - \lambda_t \Rightarrow \lambda_t = c_{t+1} \cdot (1 - x_t)$

(vi) $0 = \frac{\partial L_t}{\partial c_{t+1}} = c_t \cdot (1 - x_t) - \frac{\lambda_t}{R_t} \Rightarrow \lambda_t = R_t \cdot c_t \cdot (1 - x_t)$

(vii) $0 = \frac{\partial L_t}{\partial x_t} = -c_t \cdot c_{t+1} + \lambda_t \Rightarrow \lambda_t = c_t \cdot c_{t+1}$

(viii) $0 = \frac{\partial L_t}{\partial \lambda_t} = x_t - c_t - \frac{c_{t+1}}{R_t} \Rightarrow c_t + \frac{c_{t+1}}{R_t} = x_t + \frac{1}{R_t}$

Combinant (v) i (vi), s'obté $\frac{c_{t+1}}{R_t} = c_t$ · Substituint a (viii), $2 \cdot c_t = x_t + \frac{1}{R_t}$. Emprant (v) i (vii), $x_t = 1 - c_t$. Per tant, $2 \cdot c_t = 1 - c_t + \frac{1}{R_t}$. Aïllant c_t resulta finalment $c_t = \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot R_t}$.

Funció d'estalvi individual $s_t = x_t - c_t = 1 - c_t - c_t = \frac{1}{3} - \frac{2}{3 \cdot R_t}$

Funció d'estalvi total del grup G2 $S_t^2 = 30 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3 \cdot R_t} \right) = 10 - \frac{20}{R_t}$

Equilibri

Funció d'estalvi agregat $S_t = S_t^1 + S_t^2 = 20 - \frac{20}{R_t}$

Condició d'equilibri $S_t = 0$

Taxa d'interès (bruta) d'equilibri (per a tot t) $R_t = 1$

Decisions de cada membre de G1 $(c_t,\ c_{t+1},\ x_t) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$

Decisions de cada membre de G2 $(c_t,\ c_{t+1},\ x_{t+1}) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right)$

2[20]. Model de Solow i Swan. Considera el model de Solow i Swan sense progrés tecnològic on la població creix a la taxa (neta) $n = \frac{1}{16}$ però amb la següent variant: la taxa d'estalvi és $\frac{1}{4}$ si l'estoc de capital per càpita és superior a 3 i és $\frac{1}{2}$ si l'estoc de capital per càpita és igual o inferior a 3. La funció de producció per càpita és $f(k_t) = {k_t}^{1/2}$. La taxa de depreciació és $\frac{3}{16}$.

(i) Calcula el valors de totes les variables endògenes a tots els estats estacionaris on el capital per càpita és positiu.

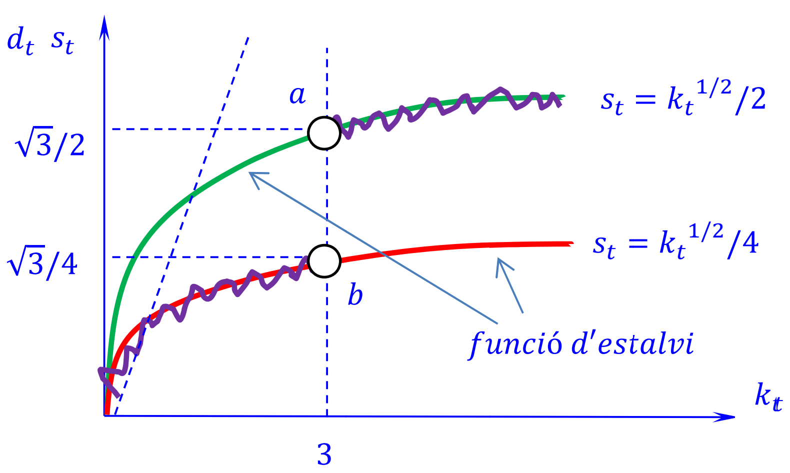
(ii) Assenayala els valors obtinguts a (i) a una representació gràfica del model i explica si els estats estacionaris són estables.

L'única diferència respecte de la versió convencional del model és que la funció d'estalvi està definida per trams:

$$s_t = \begin{cases} \dfrac{f(k_t)}{4} & si\ k_t > 3 \\ \dfrac{f(k_t)}{2} & si\ k_t \le 3\,. \end{cases}$$

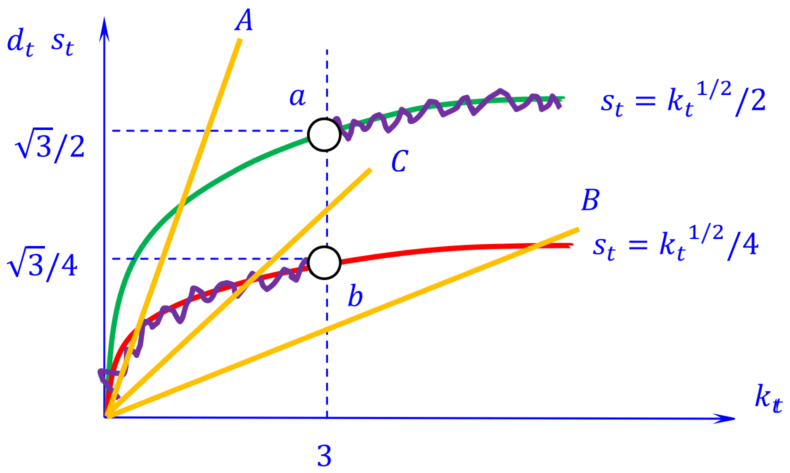
La dificultat rau en determinar la situació de la recta que estableix la desacumulació: $d_t = (\delta + n) \cdot k_t$ (aquesta expressió representa la desacumulació de capital per càpita només a efectes de determinar l'estat estacionari: l'expressió correcta és $d_t = \left(\frac{\delta+n}{1+n}\right) \cdot k_t$). Ateses les dades del problema, $d_t = \frac{k_t}{4}$ i

$$s_t = \begin{cases} \dfrac{{k_t}^{1/2}}{4} & si\ k_t > 3 \\ \dfrac{{k_t}^{1/2}}{2} & si\ k_t \le 3\,. \end{cases}$$



La gràfica anterior representa la funció d'estalvi (la part ratllada no és part de la funció). La qüestió és per on talla la recta $d_t = \frac{k_t}{4}$ la vertical definida sobre $k_t = 3$: per damunt d'a, entre a i b, o per sota de b?

Si tallés per damunt d'a (si la recta $\boldsymbol{d_t}$ fos A a la gràfica inferior) les equacions que determinen l'estat estacionari són $d_t = \frac{k_t}{4}$ i $s_t = \frac{{k_t}^{1/2}}{2}$. Si tallés per sota de b (recta B), les equacions serien $d_t = \frac{k_t}{4}$ i $s_t = \frac{{k_t}^{1/2}}{4}$. Si tallés entre a i b (recta C), no hi hauria estat estacionari. Atès que el valor de $d_t = \frac{k_t}{4}$ quan $k_t = 3$ és ¾ i atès que $\frac{\sqrt{3}}{4} < \frac{3}{4} < \frac{\sqrt{3}}{2}$, la conclusió és que la recta que representa la desacumulació passa entre a i b. En resum, no hi ha estat estacionari (amb valor positiu del capital per càpita).



Es pot trobar la solució sense representacions gràfiques: es busquen els punts de tall entre $d_t = \frac{k_t}{4}$ i $s_t = \frac{{k_t}^{1/2}}{4}$, d'una banda, i entre $d_t = \frac{k_t}{4}$ i $s_t = \frac{{k_t}^{1/2}}{2}$, d'una altra, i es verifica si els valors de k són consistents amb els intervals de validesa de cada equació.

Tot valor $\bar{k}$ d'estat estacionari satisfà $\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = \frac{\delta+n}{\mathbb{s}}$. Si $\mathbb{s} = \frac{1}{4}$, $\frac{\bar{k}^{1/2}}{\bar{k}} = \frac{\frac{3}{16}+\frac{1}{16}}{\frac{1}{4}} = 1$. Com a conseqüència, $\bar{k} = 1$. Però la condició de validesa d' $\mathbb{s} = \frac{1}{4}$ és $k > 3$. En definitiva, no hi ha estat estacionari en el tram de la funció d'estalvi on $\mathbb{s} = \frac{1}{4}$.

Si $\mathbb{s} = \frac{1}{2}$, $\frac{\bar{k}^{1/2}}{\bar{k}} = \frac{\frac{3}{16}+\frac{1}{16}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$. Això implica, $\frac{1}{\bar{k}^{1/2}} = \frac{1}{2}$. D'aquí, $\bar{k} = 4$. Atès que la condició de validesa d' $\mathbb{s} = \frac{1}{2}$ és $k \le 3$, el valor $\bar{k} = 4$ no és admissible. En resum, tampoc no hi ha estat estacionari en el tram de la funció d'estalvi on $\mathbb{s} = \frac{1}{2}$.

3[10]. Model de Ramsey. Considera el model de Ramsey amb $f(k_t) = 2 \cdot {k_t}^{1/2}$ com a funció de producció, $u(c_t) = \ln c_t$ com a funció d'utilitat i on $\beta = \delta$. Si a l'estat estacionari $k = \frac{4}{9}$, calcula β i el valor de c a l'estat estacionari.

Les equacions que defineixen el model són $\beta \cdot u'(c_{t+1}) \cdot [f'(k_{t+1}) + 1 - \delta] = u'(c_t)$ i $c_t + k_{t+1} = f(k_t) + (1 - \delta) \cdot k_t$. En l'estat estacionari (c, k), les equacions queden reduïdes a

$$f'(k_{t+1}) = \frac{1}{\beta} + \delta - 1$$

i

$$c + k = f(k) + (1 - \delta) \cdot k.$$

Sabent que $k = 4/9$ i $f(k) = 2 \cdot k^{1/2}$, es dedueix que $f'(k) = k^{-1/2} = 3/2$. Atès que $\beta = \delta$, per la primera equació, $\frac{3}{2} = \frac{1}{\beta} + \beta - 1$. De manera equivalent, $\beta^2 - \frac{5}{2}\beta + 1 = 0$. Les solucions són $\beta = 2$ i $\beta = 1/2$. Només la segona dóna un valor admissible (atès que $\beta = \delta$ i que δ està entre 0 i 1). Donat $\beta = 1/2$ i $f(k) = 2 \cdot k^{1/2} = 4/3$, per la segona equació, $c + \frac{4}{9} = \frac{4}{3} + \frac{1}{2}\frac{4}{9}$. En conclusió, $c = \frac{24}{18} + \frac{4}{18} - \frac{8}{18} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$.

4[25]. Política econòmica a un model macroeconòmic tradicional. Hi ha dues economies. Les variables corresponents a la segona d'elles s'identifiquen amb el símbol "~". La primera economia es representa mitjançant la funció d'oferta

$$y_t = \pi_t - \pi_t^e + \tilde{\pi}_t$$

i el seu govern té com a funció de cost

$$C_t = \frac{1}{2}(y_t - \bar{y})^2 + (\pi_t)^2$$

on $\bar{y}$ és el valor que el govern voldria que assolís la variable y_t. El govern tria y_t i π_t amb l'objectiu de minimitzar C_t. La segona economia es representa mitjançant la funció d'oferta

$$\tilde{y}_t = \tilde{\pi}_t - \tilde{\pi}_t^e + \frac{\alpha}{y_t}$$

i el seu govern té com a funció de cost

$$\tilde{C}_t = \frac{1}{2}(\tilde{\pi}_t - \bar{\pi})^2 + \alpha^2$$

on $\bar{\pi}$ és el valor que el govern voldria que assolís la variable $\tilde{\pi}_t$. El govern tria $\tilde{\pi}_t$ i el paràmetre α amb l'objectiu de minimitzar $\tilde{C}_t$. Els agents de cada economia formen expectatives sobre la seva pròpia economia i sobre l'altra d'acord amb les equacions i objectius anteriors. Determina els valors d'y_t, $\tilde{y}_t$, π_t, $\tilde{\pi}_t$ i α.

El lagrangià del problema del govern de la primera economia és

$$L_t = \left(\frac{1}{2}(y_t - \bar{y})^2 + (\pi_t)^2\right) + \lambda_t[y_t - \pi_t + \pi_t^e - \tilde{\pi}_t]$$

on el govern tria y_t i π_t. Les condicions de primer ordre són:

$$0 = \frac{\partial L_t}{\partial y_t} = y_t - \bar{y} + \lambda_t \quad \Rightarrow \quad \lambda_t = \bar{y} - y_t$$

$$0 = \frac{\partial L_t}{\partial \pi_t} = 2 \cdot \pi_t - \lambda_t \quad \Rightarrow \quad \lambda_t = 2 \cdot \pi_t.$$

Combinant-les, s'obté $y_t = \bar{y} - 2 \cdot \pi_t$. Sabent, a més, que $y_t = \pi_t - \pi_t^e + \tilde{\pi}_t$, pot aïllar-se π_t i obtenir

$$\pi_t = \frac{\bar{y} + \pi_t^e - \tilde{\pi}_t}{3}. \qquad (1)$$

Prenent expectatives, $\pi_t^e = \frac{\bar{y} + \pi_t^e - \tilde{\pi}_t^e}{3}$. Aïllant π_t^e,

$$\pi_t^e = \frac{\bar{y} - \tilde{\pi}_t^e}{2}. \qquad (2)$$

Introduint (1) en $y_t = \pi_t - \pi_t^e + \tilde{\pi}_t$, resulta $y_t = \frac{\bar{y}}{3} - \frac{2}{3}\pi_t^e + \frac{2}{3}\tilde{\pi}_t$. Insertant ara (2),

$$y_t = \frac{1}{3}\tilde{\pi}_t^e + \frac{2}{3}\tilde{\pi}_t. \qquad (3)$$

El procediment per a la segona economia és similar. El lagrangià és

$$\tilde{L}_t = \left(\frac{1}{2}(\tilde{\pi}_t - \bar{\pi})^2 + \alpha^2\right) + \mu_t\left[\tilde{y}_t - \tilde{\pi}_t + \tilde{\pi}_t^e - \frac{\alpha}{y_t}\right]$$

on el govern tria $\tilde{\pi}_t$ i α. Les condicions de primer ordre són:

$$0 = \frac{\partial \tilde{L}_t}{\partial \tilde{\pi}_t} = \tilde{\pi}_t - \bar{\pi} - \mu_t \quad \Rightarrow \quad \mu_t = \tilde{\pi}_t - \bar{\pi}$$

$$0 = \frac{\partial \tilde{L}_t}{\partial \alpha} = 2\alpha - \frac{\mu_t}{y_t} \quad \Rightarrow \quad \mu_t = 2\alpha \cdot y_t.$$

Combinant-les, s'obté

$$\tilde{\pi}_t = \bar{\pi} + 2\alpha \cdot y_t. \tag{4}$$

Prenent expectatives, $\tilde{\pi}_t^e = \bar{\pi} + 2\alpha \cdot y_t^e$. Gràcies a (3), $y_t^e = \frac{1}{3}\tilde{\pi}_t^e + \frac{2}{3}\tilde{\pi}_t^e = \tilde{\pi}_t^e$. Com a resultat, $\tilde{\pi}_t^e = \bar{\pi} + 2\alpha \cdot \tilde{\pi}_t^e$. Després d'aïllar $\tilde{\pi}_t^e$,

$$\tilde{\pi}_t^e = \frac{\bar{\pi}}{1 - 2\alpha}. \tag{5}$$

Introduint (4) i (5) a (3), $y_t = \frac{1}{3}\left(\frac{\bar{\pi}}{1-2\alpha}\right) + \frac{2}{3}(\bar{\pi} + 2\alpha \cdot y_t)$. Un cop aïllat y_t,

$$y_t = \frac{\bar{\pi}}{1 - 2\alpha}. \tag{6}$$

Combinant (6) i (4), $\tilde{\pi}_t = \bar{\pi} + 2\alpha \cdot \left(\frac{\bar{\pi}}{1-2\alpha}\right)$. D'aquí s'obté

$$\tilde{\pi}_t = \frac{\bar{\pi}}{1 - 2\alpha}. \tag{7}$$

Insertant (5), (6) i (7) a $\tilde{y}_t = \tilde{\pi}_t - \tilde{\pi}_t^e + \frac{\alpha}{y_t}$,

$$\tilde{y}_t = \frac{\alpha \cdot (1 - 2\alpha)}{\bar{\pi}}. \tag{8}$$

Per (5) i (7), $\tilde{\pi}_t = \tilde{\pi}_t^e$. Emprant aquest resultat quan (2) s'introdueix en (1), s'arriba a $\pi_t = \frac{1}{2}(\bar{y} - \tilde{\pi}_t)$. Emprant (7),

$$\pi_t = \frac{1}{2}\left(\bar{y} - \frac{\bar{\pi}}{1 - 2\alpha}\right). \tag{9}$$

Recapitulant, (6), (7), (8) i (9) donen els valors d'y_t, $\tilde{\pi}_t$, $\tilde{y}_t$ i π_t. Però què passa amb α?

5[20]. Model de generacions encavalcades. A l'economia hi ha un únic bé. Cada generació t està formada per 100 individus idèntics, que viuen dos períodes, amb funció d'utilitat $u_t\big(c_t(t), c_t(t+1)\big) = c_t(t) \cdot c_t(t+1)$ i amb dotació de factor treball $(2, 0)$. Els individus joves venen la seva dotació de treball a canvi d'un salari igual a una unitat del bé per unitat de treball. Els joves també tenen la possibilitat d'acumular el bé en forma de capital, que s'empra (i es deprecia completament) de grans. Una única empresa organitza la producció. La seva funció de producció és $Y_t = \frac{1}{10} \cdot (K_t)^{1/2} \cdot L_t$, on K_t és la quantitat total de factor capital disponible al període t i L_t és la quantitat total de factor treball disponible al període t. La remuneració del capital per a cada individu gran és la diferència entre la producció total i els salaris pagats repartida igualitàriament entre els grans. Determina quant capital acumula cada jove en l'equilibri general.

Restricció pressupostària dels joves $\quad c_t + k_{t+1} = 1 \cdot 2$

Restricció pressupostària dels grans $\quad c_{t+1} = \sigma_{t+1} \cdot k_{t+1}$

Restricció pressupostària vital $\quad c_t + \frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}} = 2$

Objectiu de cada individu $\quad$ *maximitzar* $c_t \cdot c_{t+1}$

sotmès a $\quad c_t + \frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}} = 2$

Lagrangià del problema $\quad L_t = c_t \cdot c_{t+1} + \lambda_t \left[2 - c_t + \frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}}\right]$

Condicions de primer ordre

(i) $\quad 0 = \frac{\partial L_t}{\partial c_t} = c_{t+1} - \lambda_t \Rightarrow \lambda_t = c_{t+1}$

(ii) $\quad 0 = \frac{\partial L_t}{\partial c_{t+1}} = c_t - \frac{\lambda_t}{\sigma_{t+1}} \Rightarrow \lambda_t = \sigma_{t+1} \cdot c_t$

(iii) $\quad 0 = \frac{\partial L_t}{\partial \lambda_t} = x_t - c_t - \frac{c_{t+1}}{R_t} \Rightarrow c_t + \frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}} = 2$

Combinant (i) i (ii), $c_t = \frac{c_{t+1}}{\sigma_{t+1}}$. Substituint a (iii), $2 \cdot c_t = 2$. Això fa que $c_t = 1$ i que $k_{t+1} = 2 - c_t = 1$.

La producció total en el període t és $Y_t = \frac{1}{10} \cdot (K_t)^{1/2} \cdot L_t$, on $K_t = 100 \cdot k_t$ i $L_t = 100 \cdot 2$. Per tant, $Y_t = 200 \cdot (k_t)^{1/2}$. D'altra banda, $\sigma_{t+1} = \frac{Y_{t+1} - 1 \cdot L_{t+1}}{100} = 2 \cdot (k_{t+1})^{1/2} - 2$.

Atès que $k_{t+1} = 1$, $\sigma_{t+1} = 2 \cdot 1^{1/2} - 2 = 0$. Però si la retribució del capital és zero, l'acumulació de capital no proporciona cap benefici. A resultes d'això no s'acumula capital.
