

Microeconomia Superior · Curs 2010–11 · Exercicis del Tema 7

1. Preferències. (i) Indica totes les preferències (ordenacions lineals) que es poden definir sobre el conjunt d'objectes $X = \{x, y, z\}$. (ii) Quants perfils de preferències existeixen si, amb $X = \{x, y, z\}$, hi ha dos individus? (iii) I amb tres individus? (iv) Quantes preferències es poden definir amb un conjunt X d'objectes que tingui quatre elements? (v) Quants perfils de preferències hi ha amb quatre objectes i quatre individus?

2. Regles d'assignació. (i) Amb objectes x i y , i individus 1 i 2, representa totes les regles d'assignació que existeixen. (ii) Quines d'elles són Paretoeficients? (iii) Quines neutrals? (iv) Quines no manipulables?

3. Regles d'assignació. Amb tres objectes i tres individus, defineix una regla d'assignació: (i) que sigui neutral; (ii) que no sigui neutral; (iii) que sigui Paretoeficient; (iv) que no sigui Paretoeficient.

4. Manipulabilitat. (i) Amb tres objectes i tres individus, indica dos perfils de preferències i assignacions per a cada perfil que facin que la regla d'assignació sigui manipulable. (ii) La taula de la dreta representa els valors d'una regla d'assignació amb tres objectes i dos individus per als quatre perfils de preferències representats. Amb aquesta informació, seria la regla manipulable? (iii) Seria Paretoeficient?

$z \ y$	$x \ x \rightarrow x \ y$	$z \ y$	$y \ x \rightarrow y \ z$
$x \ x$		$y \ x$	
$y \ z$		$x \ z$	
$z \ y$	$x \ z \rightarrow x \ y$	$z \ y$	$y \ z \rightarrow y \ x$
$x \ z$		$y \ z$	
$y \ x$		$x \ x$	

5. Teorema d'Svensson. Demuestra el teorema d'Svensson quan hi ha dos objectes (x i y) i dos individus (1 i 2).

6. Paretoeficiència. Considera el perfil de preferències de la Fig. 1 dels apunts. (i) Troba totes les assignacions Paretoeficients. (ii) Identifica tres que no ho siguin.

7. Paretoeficiència. (i) Amb tres objectes i tres individus, especifica un perfil de preferències per al qual hi hagi només una assignació Paretoeficient. (ii) Hi ha algun perfil per al que no hi hagi cap assignació Paretoeficient? (iii) Hi ha algun perfil per al que totes les assignacions siguin Paretoeficients?

8. Regles jeràrquiques. (i) Amb tres objectes i tres individus, descriu totes les regles d'assignació jeràrquiques possibles. (ii) Fes servir el resultat anterior per a demostrar que tota regla d'assignació jeràrquica és Paretoeficient, no manipulable, sense manaires i neutral.

9. Cicles de comerç. Amb les preferències de la Fig. 3 (part esquerra) dels apunts, determina $CC(w)$ si la dotació inicial és $w = (b, c, d, a)$. (ii) Torna a calcular $CC(w)$ si $w = (b, a, c, d)$.

10. Equilibri. Considera l'Exemple 1 dels apunts. (i) Comprova que el vector de preus p tal que $p_1 = p_2 > p_3$ és un vector de preus d'equilibri que fa que (w_2, w_1, w_3) sigui una assignació d'equilibri. (ii) Verifica que el vector de preus p tal que $p_2 = p_3 > p_1$ és un vector de preus

d'equilibri que fa que (w_1, w_3, w_2) sigui una assignació d'equilibri. (iii) Per què el vector de preus p tal que $p_1 = p_2 = p_3$ no és un vector de preus d'equilibri? De quin objecte (o objectes) hi hauria excés de demanda?

11. Cor i cor stricte. (i) A l'Exemple 1 dels apunts, demostra que $(w_2, w_1, w_3) \notin C_e(w)$. (ii) Demostra també que $(w_2, w_3, w_1) \in C(w)$ però que $(w_2, w_3, w_1) \notin C_e(w)$. (iii) A l'Exemple 2 dels apunts, verifica que (w_3, w_1, w_2) pertany a $C(w)$ i a $C_e(w)$. (iv) A l'Exemple 2, comprova que $C_e(w) = \{(w_3, w_1, w_2)\} = E(w)$. (v) A l'Exemple 2, prova que $(w_2, w_1, w_3) \in C(w)$. (vi) A l'Exemple 3, calcula $C(w)$ i $C_e(w)$.

12. Cor i equilibri. Hi ha 4 objectes (a, b, c, d) i 4 consumidors $(1, 2, 3, 4)$. Les preferències dels consumidors sobre els objectes es representen a continuació. Els cercles indiquen l'objecte que inicialment posseeix cada individu. (i) Determina totes les assignacions d'equilibri i indica un sistema de preus d'equilibri. (ii) Troba totes les assignacions que pertanyen al cor estricte. (iii) Pot alguna coalició formada per dos consumidors vetar fortament la assignació assenyalada amb requadres? Justifica la resposta.

1	2	3	4
a	a	b	c
b	c	d	b
c	d	a	d
d	b	c	a

13. Algorisme de Gale i Shapley. A l'exemple de gigolós i vídues dels apunts, verifica que l'algorisme on les vídues proposen genera el mateix emparellament que l'algorisme on els gigolós proposen i comprova que totes les parelles de l'emparellament resultant són estables.

14. Emparellament. A, B, C, D i E són dones i a, b, c, d i e són homes. Les preferències d'uns sobre els altres es representen a continuació. Determina raonadament l'emparellament que resulta d'aplicar l'algorisme de Gale-Shapley quan les dones proposen. Fes el mateix quan són els homes els qui proposen.

A	B	C	D	E	a	b	c	d	e
e	e	d	d	a	A	A	B	C	D
d	c	e	c	b	B	B	A	B	C
c	d	c	e	c	C	D	C	E	B
b	a	a	b	d	D	C	E	A	A
a	b	b	a	e	E	E	D	D	E

15. Emparellament estable. (i) Amb homes a, b i c i dones A, B i C , determina preferències que facin que $a-A, b-B$ i $c-C$ siguin un emparellament estable. (ii) Troba preferències que facin que aquest sigui l'únic emparellament estable.

16. Emparellament. Considera les preferències dels homes a, b, c i d per les dones A, B, C i D , i d'aquestes per aquells, indicades a continuació. (i) Prova que si els homes proposen, l'algorisme de Gale i Shapley genera l'emparellament $A-d, B-c, C-b$ i $D-a$. (ii) Prova que si les dones

proposen, l'algorisme de Gale i Shapley genera el mateix emparellament $A-d$, $B-c$, $C-b$ i $D-a$.
 (iii) Verifica que l'emparellament és estable.

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
A	A	A	A
B	B	B	B
C	C	C	C
D	D	D	D

<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>
d	d	c	b
a	c	d	d
b	a	b	c
c	b	a	a

17. Emparellament. (Gura i Maschler (2008, p. 25)). El següent exemple demostra que, per a $n = 4$, l'algorisme (on proposen els homes) finalitza en exactament $n^2 - 2n + 2 = 10$ etapes. Troba l'emparellament resultant i compara'l amb l'emparellament que resulta quan les dones proposen.

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
A	A	B	C
B	B	C	A
C	C	A	B
D	D	D	D

<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>
c	d	a	d
d	a	b	c
a	b	c	a
b	c	d	b

18. Emparellament. (Gura i Maschler (2008, p. 9)). Demostra que, amb les següents preferències, són estables els emparellaments: (i) $A-a$, $B-b$, $C-c$, $D-d$ i $E-e$; (ii) $A-e$, $B-a$, $C-b$, $D-c$ i $E-d$; (iii) $A-d$, $B-e$, $C-a$, $D-b$ i $E-c$; i (iv) $A-c$, $B-d$, $C-e$, $D-a$ i $E-b$.

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>
A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>	<u>E</u>
b	c	d	e	a
c	d	e	a	b
d	e	a	b	c
e	a	b	c	d
a	b	c	d	e

19. Emparellament. (Gura i Maschler (2008, p. 43)). (i) Amb les següents preferències, quin emparellament genera l'algorisme de Gale i Shapley quan els homes proposen? (ii) És estable l'emparellament $A-a$, $B-b$, $C-c$ i $D-d$? [A discreció: demostra que només hi ha 3 emparellaments estables.]

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
B	C	D	C
A	B	A	B
D	A	C	D
C	D	B	A

<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>
d	c	a	a
b	b	c	d
a	d	b	c
c	a	d	b

20. Emparellament. Amb les preferències de l'exercici 19, per a cada home, quins són els seus emparellaments òptims? Existeix un emparellament estable que sigui òptim per a tots els homes? I per a totes les dones?