TAXA D'INTERÈS I PREU DELS ACTIUS FINANCERS

Substitució entre diner i altres actius financers

La idea que els actius financers diferents del diner són com substituts del diner es troba reforçada pel següent resultat: el preu d'un actiu financer i el preu del diner (= la taxa d'interès) es mouen en direccions oposades. Això suggereix la idea de substitució: com més atractiu es fa un actiu financer (com més cau el seu preu), menys atractiu es fa el diner (més augmenta la taxa d'interès).

Relació inversa entre el preu d'una lletra i la taxa d'interès

Per a il·lustrar la relació inversa entre la taxa d'interès i el preus dels actius, considerem una lletra del Tresor a un any que s'emet el dia 1 de febrer de 2010. La lletra representa la promesa del Tresor de pagar una determinada quantitat V d'euros al seu venciment, això és, l'1 de febrer de 2011. El valor V és el valor nominal de la lletra: el Tresor pagarà V euros a qui li presenti la lletra l'1 de febrer de 2011. Per quin preu P podrà vendre el Tresor la lletra el dia 1 de febrer de 2010?

La diferència entre el preu de venda P de la lletra en el moment de la seva emissió i el seu valor nominal V és que el Tresor determina el valor de V però el mercat de les lletres determina P. El següent raonament ofereix una teoria sobre com s'estableix el preu P.

Considerem un inversor que vol comprar una lletra i disposa de la quantitat P d'euros (tot i que, de moment, P és un valor desconegut, no cal saber el seu valor exacte per a desenvolupar el raonament). Si la taxa d'interès a un any és i l'1 de febrer de 2010, l'inversor té una alternativa a comprar la lletra, que consisteix en prestar els seus P d'euros a la taxa d'interès i. Analitzem el resultat de cadascuna de les dues opcions.

- Opció 1: comprar la lletra. Amb aquesta opció, els P euros que es pagarien l'1/02/10 per la lletra es transformarien en V euros l'1/02/11.

- Opció 2: prestar els diners. Amb aquesta opció, els P euros es prestarien l'1/02/10 i es transformarien en $P + i{\cdot}P = (1 + i)P$ euros l'1/02/11, on P representa el retorn dels euros prestats i $i{\cdot}P$ són els interessos pagats pel prestatari al prestador.

	01/02/10		01/02/11
Opció 1	P	$\longrightarrow$	V
Opció 2	P	$\longrightarrow$	$(1 + i)P$

La hipòtesi que adoptem ara és que els dos resultats han de ser iguals. Per tant, $V = (1 + i)P$. Aïllant P, s'obté

$$P = \frac{V}{1+i}. \tag{1}$$

L'equació (1) implica que, fixat el valor nominal V de la lletra, com més alta sigui la taxa d'interès i, més baix serà el preu P de la lletra.

L'arbitratge com a justificació d'(1)

El mecanisme de l'arbitratge ofereix una justificació de perquè s'ha de tenir $V = (1 + i)P$. Imaginem que la igualtat no es produeix. Suposem, per exemple, que $V > (1 + i)P$. En aquest cas, un arbitratgista obtindria un benefici segur (fins i tot no disposant ni d'un cèntim d'euro) de la següent manera.

• Primer, demana un préstec. Per a simplificar, imaginem que demana P euros i que la taxa d'interès a un any és igual a i. Això significa que l'arbitratgista haurà de tornar $P(1 + i)$ un any després.

• Segon, amb els P euros, compra una lletra.

• Tercer, s'espera al venciment de la lletra. Quan la lletra venç, rep V euros, que és el valor que promet pagar la lletra al venciment.

• Quart, retorna el préstec. Té prou euros per a retornar-lo? Sí, ja que, per hipòtesi, $V > P(1 + i)$. Per tant, l'arbitratgista retorna el préstec P amb els interessos $i \cdot P$, pagant en total $P(1 + i)$. Atès que $V > P(1 + i)$, l'arbitratgista s'embutxaca el benefici $V - P(1 + i)$.

En resum, l'arbitratgista comença amb 0 euros i acaba amb $V - P(1 + i) > 0$. El valor $V - P(1 + i)$ és el benefici que obté per cada lletra comprada. Aquest raonament valdria, en principi, per a qualsevol quantitat manllevada. Així doncs, si l'arbitratgista demana un préstec d'$n \cdot P$ euros per a comprar n lletres, obtindria un benefici total de $[V - P(1 + i)] \cdot n$ euros.

Per exemple, sigui $V = 1000$, $P = 800$ i $i = 10\%$. En aquesta cas, el benefici per la compra de cada lletra finançada amb un préstec és $V - P(1 + i) = 1000 - 800(1 + 0'1) = 1000 - 880 = 120$. Comprant 10.000 lletres amb un préstec de 8 milions d'euros, el benefici total seria d'1'2 milions d'euros.

El benefici $V - P(1 + i)$ per cada lletra comprada amb un préstec és un benefici segur. Són com diners caiguts del cel. Situacions com aquestes no poden persistir.

De fet, quins canvis produeix l'actuació dels arbitratgistes? D'una banda, l'augment de demanda de préstecs tendiria a fer apujar la taxa d'interès i. D'una altra, la compra de lletres tendiria a fer apujar el preu P de les lletres. En conseqüència, la desigualtat $V > P(1 + i)$ posa en marxa, mitjançant els arbitratgistes, mecanismes que tendeixen a fer augmentar $P(1 + i)$.

Q1. *Què passaria si l'entusiasme dels arbitratgistes provoqués una augment excessiu de P(1 + i), de manera que s'arribés a tenir V < P(1 + i)? Hi ha alguna manera d'obtenir un benefici segur si V < P(1 + i)?*

Interpretació d'(1) com a valor present

El valor futur de la lletra és V, el seu valor nominal. Si la taxa d'interès és i, el valor present de V és $\frac{V}{1+i}$. Per tant, (1) diu que el preu d'una lletra coincideix amb el valor present (o descomptat) del valor futur V de la lletra.

Interpretació d'(1) com a igualtat de taxes de rendibilitat

La taxa d'interès i es pot interpretar com la taxa de rendibilitat d'un actiu financer: el préstec de diners. Calculem quina seria la taxa de rendibilitat de la compra d'una lletra. Aquesta taxa seria el benefici obtingut per la compra dividit pel que ha calgut invertir per a obtenir el benefici. En el cas d'una lletra amb valor nominal V i preu P, el benefici és $V - P$. Per a aconseguir aquest benefici, cal invertir P. Per tant, la taxa de rendibilitat i_L (de la compra) d'una lletra és

$$i_L = \frac{V-P}{P} = \frac{V}{P} - 1. \tag{2}$$

Què passaria si $i = i_L$? Això és, si prestar un euro proporcionés un benefici igual a inventir-lo en la compra de lletres? Llavors, resultaria que $i = \frac{V}{P} - 1$. Aïllant P, s'arribaria a (1). Aquest resultat suggereix que (1) és fruit de la igualació de les taxes de rendibilitat de dos actius financers: el préstec i la lletra.

La justificació de la igualtat $i = i_L$ deriva del fet que tenir $i \neq i_L$ representa una situació inestable. Per exemple, si $i < i_L$, prestar un euro proporciona un benefici inferior a inventir-lo en la compra de lletres. En un cas com aquest, ningú no prestaria diners. Per a incentivar el préstec de diners, i tendirà a apujar. Alternativament, el desequilibri entre prestar i comprar lletres es podria resoldre desincentivant la compra de lletres mitjançant una reducció d'i_L. Si V es considera fix, una rebaixa d'i_L requereix un augment de P, ja que augmentant el preu de les lletres, aquestes es fan menys atractives.

Q2. *Com es modificarien previsiblement tant i com P si* $i > i_L$*?*

Q3. *Quina és la taxa de rendibilitat d'una lletra amb valor nominal 210 i preu 200? Quina hauria de ser la taxa d'interès per a què la taxa de renbilitat de la lletra coincidís amb la taxa de rendibilitat d'un préstec (fet per al mateix període que la vida de la lletra)? Si la taxa d'interès és i = 5% i una lletra té un preu igual a 200, quin és el valor nominal de la lletra*?

El cas de les accions

Una acció d'una empresa té un preu P a l'inici del període i un preu V al final del període. Al final del període es remunera cada acció amb el dividend D. La taxa d'interès durant el període és i. Com al cas de la lletra, la taxa rendibilitat de l'acció ha de ser igual a i. El benefici, al final del període, de comprar l'acció és $V - P + D$: la diferència de preu de l'acció més el dividend. Dividint pel preu inicial P, que és la inversió necessària per a aconseguir el benefici, s'obté la taxa de rendibilitat de l'acció i_A. Igualant aquesta rendibilitat a i resulta

$$\frac{V-P+D}{P} = i$$

i, per tant,

$$P = \frac{V+D}{(1+i)}. \tag{3}$$

L'equació (3) indica que, donats *V* i *D*, com més alta sigui la taxa d'interès *i*, més baix serà el preu *P* de l'acció. L'equació (3) també permet explicar perquè la baixada de la taxa d'interès és una bona notícia per a la borsa (el mercat on es compren i venen accions): degut a (3), una disminució de la taxa d'interès *i* fa augmentar el preu *P* de les accions. Per últim, (3) torna a il·lustra la idea que el preu ara d'un actiu financer (en aquest cas, una acció) és el valor descomptat del seu valor futur.

Q4. *Calcula el preu d'un acció si s'expecta que valgui 200 € el proper any, si la taxa d'interès és del 10% i si l'acció repartirà 5€ de dividend el proper any.*

Q5. *El preu d'una lletra que promet pagar x € en un any és de 1200 €. Troba x si la taxa d'interès a un any és del 50%.*

Q6. *Amb taxa d'interès i i lletra del Tresor amb preu P i valor nominal V, explica com actuarien els arbitratgistes si* $P(1 + i) < V$ *i quin efecte tindria aquesta actuació sobre el preu P de les lletres.*

Q7. *Per què la reducció del preu d'una lletra del Tresor implica un augment de la rendibilitat de la lletra?*