**Teoría Económica de la Decisión · 2º ECO · Examen · 19 de mayo de 2010**

**1. Modelo principal-agente con riesgo moral.** Pasqualina tiene que entregar la soluciones de una lista de ejercicios al profesor de Teoría Económica de la Decisión. Si son suficientemente correctas, obtiene un 10; si no, un 0. Para Pasqualina, un 10 equivale en dinero a 100€ y un 0 equivale a –50€. Angioletto se ofrece a Pasqualina para resolver la lista a cambio de un pago $w$ en dinero. Angioletto puede resolver la lista con dedicación (esfuerzo alto $e_a$) o con desgana (esfuerzo bajo $e_b$). El coste para Angioletto de realizar el esfuerzo alto es $c(e_a) = 2$ y el de realizar el esfuerzo bajo es $c(e_b) = 1$. Si Angioletto escoge el esfuerzo alto, la probabilidad de obtener un 10 es de $\pi_a^{10} = 80\%$ y la probabilidad de obtener un 0 es del 20%. Con esfuerzo bajo, la probabilidad del 10 es de $\pi_b^{10} = 40\%$ y la del 0 es del 60%. La función de utilidad de Angioletto es $U(w, e) = w^{1/2} - c(e)$. Angioletto cuenta con la opción alternativa de hacerle la lista de ejercicios a Aldobrandino, en cuyo caso Angioletto obtiene la utilidad $U = 3$. Pasqualina tiene que escoger el pago $w$ que efectúa a Angioletto con el objetivo de maximizar el beneficio esperado (medido en dinero) que obtiene del esfuerzo de Angioletto, sabiendo que a Angioletto le interesa maximizar la utilidad esperada resultante de su esfuerzo.

(a) *Información completa: Pasqualina sabe el esfuerzo que realiza Angioletto*.

(i) Calcula el pago $w$ que hará Pasqualina a Angioletto si desea que Angioletto realice el esfuerzo alto.

(ii) Calcula el pago $w$ que hará Pasqualina a Angioletto si desea que Angioletto realice el esfuerzo bajo.

(iii) ¿Con qué esfuerzo de Angioletto es mayor el beneficio esperado de Pasqualina?

(iv) En vista de (iii), ¿qué pago realizará Pasqualina a Angioletto cuando el esfuerzo es alto y qué pago cuando es bajo?

(v) Sea $w^*$ el pago que hace Pasqualina cuando el esfuerzo de Angioletto es alto. ¿Qué utilidad espera obtener Angioletto cuando recibe $w^*$?

(b) *Información incompleta: Pasqualina ignora el esfuerzo que realiza Angioletto pero conoce el resultado de ese esfuerzo (si se obtiene un 0 o un 10)*. En este caso, Pasqualina escoge un par $(w_{10}, w_0)$, en donde $w_{10}$ es el pago que recibe Angioletto si Pasqualina obtiene un 10 y $w_0$ es el pago si obtiene un 0.

(vi) Escribe la función que establece la utilidad esperada de Angioletto en el caso en que realiza un esfuerzo alto, recibe $w_{10}$ de Pasqualina si las soluciones merecen un 10 y recibe $w_0$ si las soluciones merecen un 0.

(vii) Escribe la restricción de participación y la restricción de incentivos de Angioletto si Pasqualina desea que Angioletto realice un esfuerzo alto.

(viii) ¿Qué par $(w_{10}, w_0)$ escoge Pasqualina si desea que Angioletto realice un esfuerzo alto? [Pista: despeja $w_0^{1/2}$ o $w_{10}^{1/2}$ y sólo al final deshaz la raíz cuadrada. Otra pista: $w_{10} = (5'5)^2 = 30'25$.]

(ix) Compara los valores $w_{10}$ y $w_0$ con el valor $w^*$ del apartado (v) y explica a qué se deben las diferencias.

**2. Mercado competitivo de seguros con información oculta.** Hay dos tipos de individuos diferenciados exclusivamente por su probabilidad de sufrir una pérdida $r = 8$. Para los individuos de riesgo alto, esta probabilidad es $\pi_a = ½$. Para los de riesgo bajo es $\pi_b = ¼$. La renta de cada individuo cuando no se produce la pérdida es $m = 12$. La función de utilidad de cada individuo sobre la renta es $u(m) = ln(1 + m)$, donde $m \geq 0$.

(i) Siendo $p$ la prima y $q$ la cobertura contratada, determina los contratos de equilibrio ($p$, $q$) para cada grupo cuando las empresas saben a qué tipo pertenece cada individuo y la prima para cada grupo se supone justa.

(ii) Explica por qué los contratos de equilibrio en el caso (i) no constituyen contratos de equilibrio en el caso en el que las empresas no saben a qué tipo pertenece cada individuo (con prima justa).

(iii) **[Voluntario]** Determina los contratos en un equilibrio separador cuando las empresas no pueden diferenciar a los individuos por su riesgo.

**3. [Voluntario] Mercado competitivo de seguros con acción oculta.** Un individuo está expuesto a sufrir una pérdida $r > 0$ con probabidad $\pi(e) = 1 - e^2$, en donde $e \in [0, 1]$ representa el esfuerzo que el individuo puede dedicar a evitar la pérdida. Sea $c(e) = 1 - e$ la función que mide el coste para el individuo de realizar el esfuerzo $e$. La función de utilidad sobre la renta del individuo es $u(m) = ln(1 + m)$, donde $m \geq 0$. El individuo puede contratar cualquier cobertura $q$ a una prima justa $p = (e)$. El objetivo del individuo es escoger $q$ y $e$ para maximizar su utilidad esperada $u_E = [1 - \pi(e)]u(m_1) + \pi(e)u(m_2) - c(e)$, en donde $m_1 = m - pq$ es la renta cuando no se sufre la pérdida (y se contrata la cobertura $q$ a prima $p$) y $m_2 = m - r + q(1 - p)$ es la renta cuando se sufre la pérdida $r$ (y se contrata la cobertura $q$ a prima $p$).

(i) Determina la cobertura $q^*$ y el esfuerzo $e^*$ que maximizan $u_E$ con prima justa $p = \pi(e^*)$.

**4. Modelo de señalización en el mercado de trabajo.** Hay dos tipos de trabajadores: los de productividad alta (que merecen un salario $v_a = 8$) y los de productividad baja (que merecen un salario $v_b = 5$). Los dos tipos son indistinguibles: a priori no hay forma de separar a un trabajador de productividad alta de otro de productividad baja. Los trabajadores pueden adquirir años de educación $e$. El coste de adquirir una unidad de $e$ para los de productividad alta es $c_a = 1$. El coste de adquirir una unidad de $e$ para los de productividad baja es $c_b = 3$.

(i) Explica qué se entiende por un nivel de educación separador.

(ii) ¿Constituye $e^* = 2$ un nivel de educación separador? Justifica la respuesta. Si lo es, indica uno que no lo sea. Si no lo es, indica uno que sí lo sea.

**5. Teorema de May.** Sea $f$ una función de elección social con 2 votantes con preferencias sobre 2 alternativas. De esta función, se sabe que $f(1, 1) = 1$, $f(1, -1) = 1$, $f(0, 1) = 0$, $f(-1, 1) = -1$ y $f(1, 0) = 1$. ¿Incumple esta función alguno de los axiomas del Teorema de May? Si es así, identifica uno de los axiomas y explica por qué no se cumple.

**6. Más Teorema de May.** Sea $f$ una función de elección social con 2 votantes con preferencias sobre 2 alternativas. Escoge valores para $f(1, 1)$, $f(1, -1)$, $f(0, 1)$, $f(-1, 1)$ y $f(1, 0)$ que impliquen el incumplimiento de al menos dos de los axiomas del Teorema de May.

**7. Ganadores de Copeland y Simpson.** Establece las preferencias de 5 votantes sobre 5 alternativas ($a$, $b$, $c$, $d$ y $e$) tales que el ganador de Simpson sea igual al ganador de Copeland (y que ambos sean únicos).

**8. Equivalente cierto.** Considera la lotería $p$ sobre el conjunto de premios {0, 4, 9} tal que $p(0) = 1/6$, $p(4) = 1/2$ y $p(9) = 1/3$. Calcula el equivalente cierto de $p$ si la función de utilidad sobre premios es $u(x) = x^{1/2}$.

**9. Preferencias unimodales.** ¿Son unimodales las siguientes cinco preferencias? Explica la respuesta.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *a* | *e* | *d* | *c* | *b* |
| *b* | *a* | *e* | *d* | *c* |
| *c* | *b* | *a* | *e* | *d* |
| *d* | *c* | *b* | *a* | *e* |
| *e* | *d* | *c* | *b* | *a* |

**10. Modelo de competencia electoral.** Los votantes se hallan equidistribuidos en el intervalo [0, 1]. El punto "½" representa el votante mediano. Hay dos candidatos: $a$ y $b$. El candidato $a$ se sitúa en el punto ¼, en tanto que $b$ se sitúa en el punto ¾. (i) Si los votantes votan al candidato más cercano, ¿quién es el candidato ganador? (ii) ¿Constituyen un equilibrio de Nash las posiciones escogidas por los candidatos? Si es así, justifica la respuesta. Si no, escoge un candidato e indica una respuesta de este candidato a la decisión del rival que le haga mejorar el resultado.

**11. Otro modelo de competencia electoral.** Los votantes se hallan equidistribuidos sobre la circunferencia de un círculo. Hay dos candidatos, $a$ y $b$. Los votantes votan por el candidato más cercano a ellos. Sitúa a los candidatos en posiciones sobre la circunferencia que no formen un equilibrio de Nash.

**12. Teorema de von Neumann-Morgenstern.** Entre $p$ y $q$, un cierto individuo escoge $q$. Y entre $p'$ y $q'$, escoge $p'$. Explica si estas elecciones son consistentes con la hipótesis de que, entre dos loterías, el individuo escoge aquélla que le proporciona más utilidad esperada.