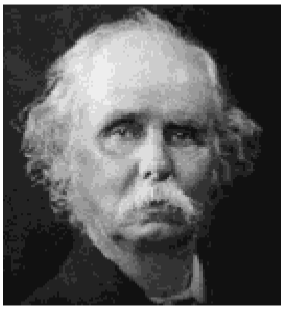
Microeconomia I

Tema 2. Funcions de demanda dels consumidors

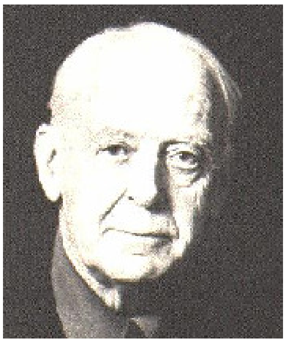
Antoine Augustin Cournot (1801–1877)
http://en.wikipedia.org/wiki/Cournot

Economista, matemàtic i filòsof francès. Pioner de l'economia matemàtica. El seu llibre *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (1838) conté els models de monopoli, duopoli i competència perfecta que formen la base d'un curs de Microeconomia I.



Alfred Marshall (1842–1924)
http://es.wikipedia.org/wiki/Alfred_Marshall

Economista anglès. Va escriure el manual d'Economia més influent de la seva època, *Principles of Economics* (1890), on popularitzava les nocions d'utilitat, funció de demanda, elasticitat i excedent del consumidor.



Sir John Richard Hicks (1904–1989)
http://en.wikipedia.org/wiki/John_Hicks

Economista anglès que va rebre el *Premi Nobel d'Economia* al 1972. El seu llibre *Valor i capital* (1939) presenta ja la teoria del consumidor tal i com s'explica a un curs de Microeconomia II. A ell també es deu el model IS-LM, que és el model sobre el qual s'articula un curs de Macroeconomia II.

Lliçó 1. Béns, preus i mercats

DEFINICIÓ 1. En sentit ampli, la Microeconomia és la branca de l'Economia que estudia la presa de decisions assumint que els decisors sospesen els beneficis i els costs per a ells de les seves decisions. En un sentit estricte, la Microeconomia és la branca de l'Economia que estudia la presa de decisions relatives als recursos (béns, serveis, factors de producció, temps, …), principalment quan aquests recursos són objecte de compravenda a un mercat. Més detalls a http://en.wikipedia.org/wiki/Microeconomic_theory.

- Quan la Microeconomia s'entén en un sentit ampli, incorpora altres teories, com ara la teoria de la decisió (anàlisi de les decisions d'un individu quan aquest no es veu afectat per decisions d'altres individus), la teoria de l'elecció social (anàlisi de com un col·lectiu pren decisions) o, fins i tot, la pròpia teoria dels jocs (anàlisi de la presa de decisions quan aquestes són interdependents).

- La Microeconomia entesa en sentit estricte representa la forma en què tradicionalment s'ha entès i desenvolupat la Microeconomia, això és, com a teoria dels preus. En els seus orígens i, fins a ben superat mitjans del segle XX, la Microeconomia s'entenia com a una teoria que explicava el valor de les coses i, específicament, el valor de les coses que es manifestava en els mercats en forma de preu. Entesa com a teoria dels preus, la Microeconomia en sentit estricte és una teoria més de les que formen part de la Microeconomia en sentit ampli.

- El model bàsic de la Microeconomia en sentit estricte és el model d'un mercat. L'aparició de la teoria dels jocs va permetre reconstruir els models de mercats per a definir-los com a jocs.

DEFINICIÓ 2. Un bé és tot allò (objectes, mercaderies, serveis, recursos productius) del que algú desitja poder-ne fer ús o, simplement, que algú desitja tenir a la seva disposició.

- Típicament, la Microeconomia en sentit estricte s'ha ocupat de béns que es poden comprar i vendre, generalment als mercats. Aquesta elecció la justifica la tendència segons la qual, com més avançada és una economia, més béns acaben sotmesos a compravenda. A tall d'exemple, ja és possible comprar-se un terreny a la Lluna o Mart (http://me.moonestates.com/faq.php o http://www.marsshop.com/), tot i que el comprador difícilment en podrà fer ús. Això no treu que la Microeconomia també analitzi problemàtiques lligades a béns que no es compren o venen (com l'aire).

DEFINICIÓ 3. Un bé té preu quan, per a obtenir-lo d'una persona, cal lliurar a canvi algun altre bé en contraprestació. El preu del bé serà la quantitat de l'altre bé que s'hagi de donar en contraprestació.

- L'aire no té preu perquè podem respirar-lo sense donar res a canvi a ningú. Tampoc no té preu la intel·ligència, perquè no hi ha ningú que sàpiga com transmetre-la i, per tant, ningú no està disposat a donar res a canvi d'una cosa que no sap si l'està rebent.

- En tot intercanvi de béns, la quantitat intercanviada d'un dels béns és el preu de la quantitat de l'altre bé. Si una persona que viu a Reus dóna una entrada per a un partit de fútbol a una altra que viu a Tarragona a canvi que aquesta segona la porti en cotxe des de Reus, l'entrada és el preu del transport i el transport és el preu de la entrada.

- L'intercanvi d'un bé per un altre s'anomena <u>bescanvi</u>. Al cas anterior, hi havia bescanvi de l'entrada pel transport (o del transport per l'entrada). El problema del bescanvi és que, per a què es produeixi l'intercanvi, cada individu ha de voler el que l'altre té. Aquesta doble coincidència de necessitats dificulta l'intercanvi. Per exemple, un professor de Microeconomia difícilment pot oferir sistemàticament en intercanvi més que classes de Microeconomia. Si cap propietari de comerç no volgués rebre classes de Microeconomia, el professor no podria adquirir pràcticament res.

- Per tant, si en aquest món sobreviuen els professors de Microeconomia és perquè s'han desenvolupat instruments que facilitan l'intercanvi. El <u>diner</u> és un d'aquests instruments. El diner no és més que un bé amb la particularitat que <u>tothom el vol</u> i que és durable i fàcil d'intercanviar. L'existència de diner permet que es produeixin intercanvis que sense ell no es produirien. Per exemple, si el botiguer no vol rebre classes del professor, aquest pot intercanviar classes per diner amb un tercer i emprar el diner per a intercanviar amb el botiguer. Un interncanvi on un dels dos béns fa de diner s'anomena <u>compravenda</u>.

DEFINICIÓ 4. Quan hi ha un bé que fa de diner, el <u>preu d'un bé</u> és la quantitat de diner que cal donar a canvi d'una unitat del bé.

- La Microeconomia en sentit estricte es considerava teoria dels preus perquè pretenia <u>entendre i explicar els mecanismes de formació de preus</u>. En particular, l'objectiu era respondre preguntes del tipus següent: (i) com es determina el preu d'un bé?; (ii) quins factors incideixen en la formació del preu d'un bé?; (iii) per què uns béns tenen un preu superior a d'altres?; (iv) per què el preu d'alguns béns augmenta (o disminueix) més ràpidament que el d'altres?; (v) per què el preu d'alguns béns varia i els d'altres no es modifica substancialment?; o (vi) com afecta el canvi del preu d'un bé al preu d'altres?

- Aquestes preguntes es responien fent servir uns models anomenats "mercats", que s'entenien com a representacions molt estilitzades dels mecanimes que determinen tant els intercanvis de béns com els preus de béns a una economia avançada típica.

DEFINICIÓ 5. Un <u>mercat</u> és un joc on:

• els jugadors del joc prenen decisions sobre la compra i la venda d'<u>un únic bé;</u>
• hi ha dos tipus de jugadors, anomenats <u>consumidors</u> (els que adquireixen el bé donat a canvi de diner) i <u>v productors</u> (que cedeixen el bé a canvi de rebre diner);
• la decisió de cada consumidor consisteix en triar una quantitat del bé que vol i pot adquirir, anomenada <u>quantitat demandada</u>;

• cada productor tria un preu del bé (la quantitat de diner que el productor demanda a canvi d'una unitat del bé) i una quantitat que desitja vendre, anomenada quantitat oferta;

• els pagaments per a cada consumidor resulten d'una funció (la funció d'excedent del consumidor) que mesura en diner el guany net (o benestar) del consumidor quan compra una determinada quantitat del bé a un determinat preu; i

• els pagaments per a cada productor resulten d'una funció (la funció de beneficis) que mesura en diner el guany net del productor quan produeix una determinada quantitat del bé i la ven a un determinat preu.

- Un mercat serà sempre el mercat d'un únic bé. A banda de generar pagaments per a consumidors i productors, un mercat genera dos resultats: el preu de mercat del bé i la quantitat total intercanviada del bé. El preu de mercat representa un preu mitjà del preu que fixen els diferents productors.

- El sentit en què s'empra "mercat" en Microeconomia és diferent del que s'entén per "mercat" (consulta http://www.rae.es/ o http://dlc.iec.cat/). Mercat en Microeconomia es refereix a tot model que permet analitzar com les decisions que prenen consumidors i productors determinen el preu de mercat i la quantitat total intercanviada d'un únic bé. En funció de les característiques de consumidors i productors resultarà un mercat o un altre. En els següents temes, ens ocuparem només de 3 tipus de mercat: el mercat monopolístic, el mercat duopolístic i el mercat perfectament competitiu.

- A cada tipus de mercat, s'assumeix que cada consumidor, observant el preu que fixa cada productor, determina només la quantitat del bé que el comprador desitja adquirir. Per tant, les estratègies dels consumidors són quantitats q^d a comprar del bé. Un consumidor que pren el preu del bé com a donat s'anomena consumidor competitiu o preu acceptant. Un consumidor competitiu no es planteja incidir sobre el preu del bé o negociar-lo amb el productor: observa el preu i pren una decisió sobre la quantitat a comprar amb l'objectiu de maximitzar el seu excedent.

- D'altra banda, s'assumeix que cada productor, coneixent el preu que fixen els demés productors, tria el preu a què vol vendre el bé i la quantitat de bé que desitja vendre amb l'objectiu de maximitzar els seus beneficis. Les estratègies dels productors seran parells (p, q^s) consistent en un preu i una quantitat oferta. El que caracteritza un mercat, com a model, són les regles que, partint de les decisions sobre preus i quantitats dels agents que hi ha al mercat, determinen els resultats bàsics del mercat: preu de mercat i quantitat total intercanviada.

- Entendre mercat com a joc implica solucionar-lo, això és, determinar què trien els jugadors i quin són els resultats de les seves eleccions (pagaments, preu de mercat i quantitat total intercanviada). L'equilibri de Nash és la solució que adoptarem. Per això, explicar com els agents prenen decisions als mercats passa per identificar la regla que permet calcular la millor resposta de cada agent en funció de les decisions del altres agents. En el cas dels consumidors, les regles que determinen la millor resposta s'anomenen funcions de demanda. Aquest tema s'ocupa de construir-les i estudiar-les.

Lliçó 2. Funció d'utilitat i funció d'utilitat marginal d'un bé

DEFINICIÓ 1. Una funció d'utilitat U d'un bé d'un consumidor és una regla que determina, per a cada quantitat q del bé, la utilitat o satisfacció $U(q)$ que el consumidor obté consumint les q unitats del bé ("d'un bé" es refereix a la utilitat; "d'un consumidor", a la funció).

- Generalment s'assumeix que el bé es mesura en un continu. Per tant, es pot parlar de 1'57674046 unitats d'un bé, de π unitats o d' $\sqrt{2}$ unitats. Això significa que la quantitat d'un bé és una variable que pren valors en el conjunt de nombres reals no negatius. Utilitzar els nombres reals (i no els naturals) per a mesurar la quantitat d'un bé vol dir que el bé se suposa perfectament divisible. És obvi que els béns no són sempre perfectament divisibles: fer tres trossos d'un cotxe no implica que tinguem 3 terços de cotxe; més aviat, no tenim res. Però podem recórrer a la ficció que el que es compra i ven no és tant el bé com el dret de propietat sobre el bé, que sí és perfectament divisible: un pot comprar o vendre ⅓ de la propietat d'un cotxe.

- Quan es parla de quantitat consumida o produïda d'un bé, cal especificar un interval temporal: no és el mateix consumir 1 litre d'aigua al dia que a l'any. Per aquest motiu, la variable q sobre la que es defineix la utilitat $U(q)$ se suposa mesurada en unitats del bé per unitat de temps (per exemple, litres per setmana o quilograms per dia). La unitat de temps que sigui es considerarà fixada i no se'n parlarà més d'ella.

- No és costum especificar les unitats en què es mesura la utilitat que proporciona el consum d'un bé. Aquí s'assumirà que la utilitat es mesura en diner i s'interpretarà que $U(q)$ és el nombre d'unitats monetàries (per exemple, euros) que fa que el consumidor estigui indiferent entre consumir q unitats del bé i disposar d'$U(q)$ unitats monetàries.

EXEMPLE 2. Sigui $U(q) = 6q - \dfrac{q^2}{4}$ una funció d'utilitat d'un bé, on $q \geq 0$. El fet que $U(4) = 20$ vol dir que el consumidor és indiferent entre consumir 4 unitats del bé i tenir 20 unitats monetàries.

REMARCA 3. Interpretar que al consumidor tant li és consumir q unitats del bé com tenir $U(q)$ unitats monetàries permet interpretar $U(q)$ com la quantitat màxima de diner que el consumidor estaria disposat a pagar per tal d'obtenir i consumir la quantitat q del bé.

- Si $U(q)$ és el diner que el consumidor pagaria com a màxim per les q unitats del bé, pot interpretar-se que $U(q)$ és el valor (en diner) per al consumidor de la quantitat q del bé.

- La funció d'utilitat U ajuda al consumidor a prendre decisions. Per exemple, suposem que el consumidor disposa de diners i es planteja comprar la quantitat q del bé. Si el consumidor pot obtenir la quantitat q a canvi de pagar menys d'$U(q)$ unitats monetàries, adquirirà el bé, ja que obté un guany net: obté una quantitat q del bé que valora en $U(q)$ unitats monetàries i paga una quantitat inferior a $U(q)$. Si ha de pagar exactament $U(q)$, estarà indiferent entre fer-ho i no fer-ho i, per tant, tant justificable serà adquirir el bé com no. Finalment, si ha de pagar més d'$U(q)$, no l'adquirirà, ja que estaria pagant pel bé més del que el valora.

- Com a segon exemple, suposem ara que el consumidor no té diners però que ha de triar una de dues opcions: escollir la quantitat q del bé o escollir x unitats monetàries. Si $x = U(q)$, el consumidor estarà indiferent entre les dues opcions i triarà qualsevol d'elles. Si $x < U(q)$, triarà el bé, ja que el consumidor considera més valuós (en termes de diner) tenir la quantitat q del bé que les x unitats de diner. I si $x > U(q)$, triarà els diners, que ara es consideren més valuosos que la quantitat del bé.

DEFINICIÓ 4. Una funció $f(x)$ és creixent [decreixent] si un augment d'x fa augmentar [decreixent] $f(x)$.

- Per tant, U creixent significa que la utilitat $U(q)$ que proporciona un bé al consumidor augmenta a mesura que el consumidor augment el consum q del bé.

REMARCA 5. Les funcions d'utilitat no necessàriament s'assumiran creixents en tot el seu domini, sinó que només se suposaran creixents per als valors inicials de q. Com d'extens sigui aquest interval inicial és arbitrari i dependrà del cas particular considerat.

EXEMPLE 6. La Fig. 1 mostra la representació gràfica de la funció d'utilitat de l'Exemple 2 (si q és un nombre real). En aquest cas, "valors inicials de q" significa l'interval [0, 12]. Partint de q = 0, la utilitat s'incrementa en augmentar la quantitat q; s'assoleix un màxim d'utilitat quan $q = 12$; i, si augmenta encara més la quantitat, la utilitat decreix contínuament, fins a esdevenir negativa per a $q > 24$. Segons la interpretació que hem assumit d'U, valors negatius d'U indicarien que el consumidor voldria pagar per a no consumir el bé (que, aleshores, esdevindria un mal).

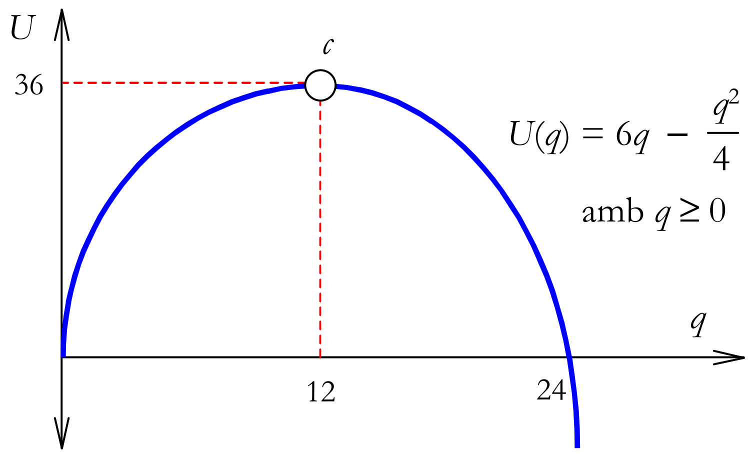


Fig. 1. Representació gràfica d'una funció d'utilitat d'un bé

REMARCA 7. En ocasions, la qüestió rellevant per a un consumidor no és quina utilitat obté sinó en quant varia la utilitat a resultes d'un canvi en la quantitat adquirida d'un bé.

- Per exemple, amb la funció d'utilitat de l'Exemple 2, si el consumidor passa de consumir $q = 2$ a $q = 6$, la seva utilitat augmenta en $U(6) - U(2) = 27 - 11 = 16$ unitats. Per tant, si ja tingués 2 unitats del bé, el consumidor adquiriria 4 més si no hagués de pagar més de 16 unitats per elles.

- En canvi, si el consumidor tingués 8 unitats del bé i es plantegés comprar-ne 4 unitats més, la seva utilitat augmentaria només $U(12) - U(8) = 36 - 32 = 4$ unitats. En aquest cas, estaria disposat a pagar menys que abans per les 4 mateixes unitats.

- Això fa que la utilitat addicional que proporciona una mateixa quantitat del bé no sigui sempre la mateixa: partint de $q = 2$, la utilitat que afegeixen 4 unitats més del bé és superior a la utilitat que aquestes mateixes unitats afegirien partint de $q = 8$. Aquesta observació és la base de la teoria del consumidor que es presentarà.

- Atès que hi ha infinites possibles variacions de la quantitat (mitja, una, dues… unitats), en quina centrar-se per a fer l'anàlisi? L'elecció estàndar ha esdevingut no escollir cap variació, sinó considerar una d'infinitesimal. La idea és, de fet, considerar variacions en la quantitat consumida del bé tan petites com vulguem.

DEFINICIÓ 8. Donada una funció d'utilitat U, la utilitat marginal de consumir la quantitat q d'un bé és la utilitat obtinguda, segons U, de "l'última" unitat de la quantitat q.

DEFINICIÓ 9. La funció d'utilitat marginal *UMg* d'un bé d'un consumidor associada amb una funció d'utilitat U del mateix bé i del mateix consumidor és una regla que determina, per a cada quantitat q del bé, quina és la utilitat marginal de la quantitat q.

- Atès que s'assumeix que q pren valors reals, no hi ha una "última" unitat quan es consumeix una quantitat q del bé (per exemple, no existeix el nombre real més proper a 5 per l'esquerra). Per aquest motiu, la utilitat marginal de consumir la quantitat q és el límit, quan existeix,

$$\lim_{q^* \to q} \frac{U(q) - U(q^*)}{q - q^*}.$$

- En conseqüència, quan q pren valors en el continu, la funció d'utilitat marginal associada amb una funció d'utilitat U és la derivada d'U. Si q prengués valors discrets, $UMg(q) = U(q) - U(q - 1)$. Aquesta diferència és la utilitat imputable a l'última de les q unitats. Així, si la funció de l'Exemple 2 només estigués definida per a nombres naturals, $UMg(4) = U(4) - U(3) = 20 - 63/4 = 17/4$: la quarta unitat aporta utilitat 17/4.

- La derivada de la funció U de l'Exemple 2 (quan q pren valors en el conjunt de nombres reals no negatius) és $\frac{\partial U}{\partial q} = 6 - q/2$. Així, la funció d'utilitat marginal, representada a la Fig. 2, és $UMg(q) = 6 - q/2$, per a $q \geq 0$. Els valors d'aquesta funció no tenen un sentit econòmic precís, sinó que donen una certa intuïció sobre l'impacte sobre la utilitat de modificar "lleugerament" el consum. Ara resulta que $UMg(4) = 6 - 4/2 = 4$. El resultat és proper al 17/4 del cas discret anterior però diferent.

- La funció *UMg* de la Fig. 2 és decreixent: unitats addicionals del bé cada cop aporten menys utilitat. Per exemple, si $q = 2$, el valor $UMg(2) = 5$ s'interpreta en el sentit que augmentar infinitesimalment el consum a partir de les dues unitats del bé fa augmentar 5 unitats la utilitat que ja es tenia en consumir $q = 2$. En canvi, amb $q = 10$, $UMg(10) = 1$ indica que augmentar infinitesimalment el consum a partir de les 10 unitats del bé fa augmentar 1 unitat la utilitat que ja es tenia en consumir $q = 10$.

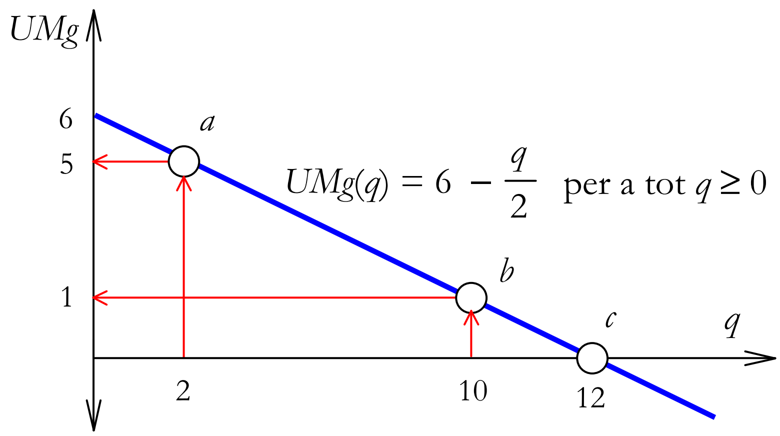


Fig. 2. Funció d'utilitat marginal de la funció d'utilitat de la Fig. 1

- Els punts *c* de les Figs. 1 i 2 estan relacionats. El punt *c* a la Fig. 1 indica on la funció d'utilitat assoleix el màxim valor. Com la funció d'utilitat és derivable, el màxim s'obté igualant la derivada $\dfrac{\partial U}{\partial q}$ d'U a zero. D'aquí, $\dfrac{\partial U}{\partial q} = 0$ implica $UMg = 0$. Per tant, <u>la utilitat es maximitza quan la utilitat marginal s'anul·la</u>: quan el consumidor està consumint la quantitat de bé que li dóna la màxima utilitat, variar aquesta quantitat infinitesimalment no altera la utilitat obtinguda (una unitat infinitesimal de més o menys no aporta res).

- La utilitat marginal negativa que resulta de consumir per damunt de la quantitat $q = 12$ significa que cada unitat addicional del bé proporciona utilitat negativa i, així, continuar consumint a partir de $q = 12$ redueix la utilitat (acumulada). Com a conseqüència, a la dreta de $q = 12$ a la Fig. 1, la funció d'utilitat decreix.

REMARCA 10. Integrar una funció és, si fa no fa, la operació inversa de derivar la funció. Això fa que, quan $U(0) = 0$, es pugui <u>recuperar una funció d'utilitat U a partir de la seva funció d'utilitat marginal UMg</u>.

- Per exemple, la integral d'$UMg = 6 - \dfrac{q}{2}$ és $\int UMg = 6q - \dfrac{q^2}{4} + C$, on C és una constant. Si exigim que la integral tingui valor 0 quan $q = 0$, tindrem $C = 0$. D'aquí resulta que <u>la integral de la funció d'utilitat marginal és la funció d'utilitat original</u>.

- La relació entre utilitat i utilitat marginal és més fàcil de veure geomètricament. Per exemple, imaginem que volem determinar a la Fig. 3 quina és la utilitat de $q = 10$. La funció d'utilitat marginal només ens informa directament de <u>la utilitat de la "darrera" de les 10 unitats: és l'alçada de la funció UMg traçada sobre $q = 10$</u>. Però si l'alçada d'UMg expressa la utilitat de cada unitat, sumant totes les alçades s'obtindrà la suma de la utilitat que proporciona cada unitat del bé i, d'aquí, resultarà la utilitat de la quantitat $q = 10$. Geomètricament, la suma d'alçades des de $q = 0$ fins a $q = 10$ és la suma de les àrees A i B, això és, l'àrea de la figura compresa entre els eixos, la funció UMg i la recta vertical traçada sobre $q = 10$. L'àrea d'A és $(5\cdot10)/2$; la de B és $1\cdot10$. El total és 35, que és justament $U(10) = 6\cdot10 - 100/4 = 60 - 25$.

PROPOSICIÓ 11. *Si $U(0) = 0$, aleshores $U(q)$ és l'àrea per sota la funció d'utilitat marginal UMg, per damunt l'eix d'abscisses, a la dreta de l'eix d'ordenades i a l'esquerra de la recta vertical traçada a l'eix d'abscisses sobre el valor q.*

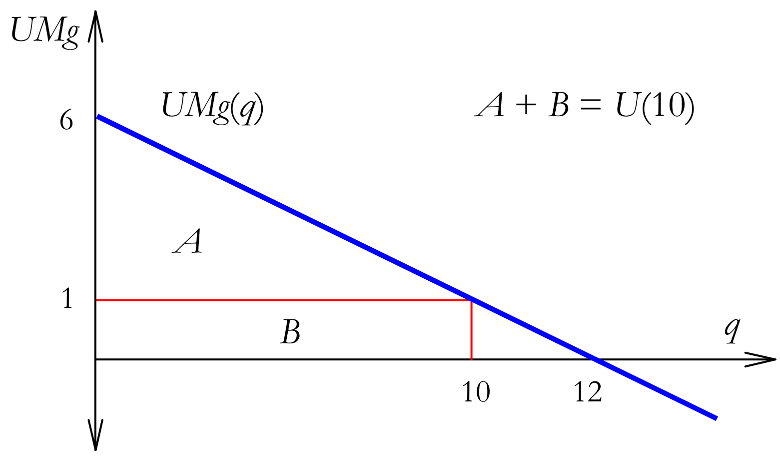


Fig. 3. Il·lustració gràfica de la relació entre utilitat i utilitat marginal

Exercicis de la Lliçó 2

---

1. Què significa que $U(0) = 0$?

2. Indica una funció d'utilitat la funció d'utilitat marginal de la qual sigui creixent.

3. Troba la funció d'utilitat marginal de cadascuna de les següents funcions d'utilitat, definides sobre el conjunt de nombres reals positius:

- *(i)* $U(q) = 2q$
- *(ii)* $U(q) = 2 \ln q$
- *(iii)* $U(q) = 10q - 2q^2$
- *(iv)* $U(q) = 2q^2$
- *(v)* $U(q) = 2q^{3/2}$
- *(vi)* $U(q) = 2q^{1/2}$
- *(vii)* $U(q) = 3$.

Representa gràficament tant la funció d'utilitat com la funció d'utilitat marginal. Determina la utilitat i la utilitat marginal a cada cas, des de l'(i) fins al (vii), quan $q = 2$.

4. Com és possible que en un interval on una funció d'utilitat creix, la funció d'utilitat marginal decreixi? És possible que totes dues funcions creixin? Què significaria?

5. Per què cal assumir que $U(0) = 0$ a la Proposició 11?

6. Amb la funció d'utilitat de l'Exemple 2, determina la utilitat de $q = 6$ directament sobre la gràfica de la funció d'utilitat marginal.

Lliçó 3. Funció de demanda d'un bé d'un consumidor preu acceptant

DEFINICIÓ 1. Sigui $p \geq 0$ el preu d'un bé. Donada una funció d'utilitat U d'un consumidor preu acceptant, l'excedent $EC(p, q)$ del consumidor quan compra la quantitat q del bé a preu p és la diferència $U(q) - pq$ entre la utilitat $U(q)$ per al consumidor de consumir la quantitat q del bé i la despesa pq que el consumidor ha de fer per a adquirir la quantitat q a preu p.

- Vist com a funció, l'excedent d'un consumidor serà la funció $EC(p, q) = U(q) - pq$. Així, per a calcular un excedent, cal saber respecte de quin preu i quina quantitat es fa. L'excedent va lligat a la compra d'un determinada quantitat a un determinat preu.

- El valor $EC(p, q)$ mesura en diner el pagament per al consumidor de decidir comprar (i consumir) la quantitat q al preu p (atès que el consumidor s'assumeix preu acceptant, el consumidor observa p, tria a continuació q i es determina el seu excedent). L'excedent resultaria de restar el cost (en diner) que té adquirir q a preu p (la despesa pq) al benefici (en diner) que obté consumint la quantitat q del bé.

DEFINICIÓ 2. Un consumidor preu acceptant és racional si tria la quantitat demandada que maximitza el seu excedent.

REMARCA 3. Assumint $U(0) = 0$, l'excedent associat amb no comprar és $EC(p, 0) = U(0) - p \cdot 0 = 0$. Així, el consumidor pot garantir-se el pagament 0 no comprant. D'aquí que un consumidor racional no triarà comprar una quantitat positiva del bé si l'excedent resultant és negatiu.

DEFINICIÓ 4. La funció de demanda d'un bé d'un consumidor preu acceptant és una regla que assigna, a cada preu p del bé, la quantitat q del bé que maximitza l'excedent del consumidor.

- La funció de demanda pot considerar-se una regla que determina quina és la millor resposta d'un consumidor (quina quantitat d'un bé comprar?) al preu del bé. Per exemple, a la Fig. 14 de la pàgina 14 del Tema 1, la funció r_1 que indicaria quina és la millor resposta del jugador 1 a cada estratègia del 2 tindria els següents valors: $r_1(d) = b$, $r_1(e) = b$ i $r_1(f) = c$.

- Quan no es fa explícita l'existència de funcions d'utilitat dels consumidors, s'entén que la funció de demanda d'un bé d'un consumidor determina, per a cada preu p del bé, la quantitat que el consumidor desitja (i pot) comprar del bé (sobreentenent que la quantitat que desitja comprar és aquella que maximitza el seu excedent).

REMARCA 5. Una funció de demanda d'un bé s'expressa mitjançant una funció on la quantitat demandada q^d del bé és la variable dependent (la variable explicada) i el preu p del bé és la variable independent (variable explicativa).

- Una funció de demanda tindrà la forma $q^d = f(p)$, indicant que p determina q^d. En Economia, la representació gràfica d'una funció de demanda trenca la convenció matemàtica de col·locar la variable independent a l'eix horitzontal, i p es posa a l'eix vertical.

PROPOSICIÓ 6. *Sigui un consumidor preu-acceptant que té U(q) =* $\frac{\alpha}{\beta}q-\frac{1}{2\beta}q^2$ *com a funció d'utilitat d'un cert bé, on* α *i* β *són constants positives i q pren valors al conjunt de nombres reals no negatius. Aleshores (1) és la funció de demanda del bé del consumidor.*

$$q^d=\begin{cases}0 & \text{si } p\geq\frac{\alpha}{\beta}\\ \alpha-\beta p & \text{si } 0\leq p<\frac{\alpha}{\beta}\end{cases}\tag{1}$$

- *Demostració*. L'obtenció de la funció de demanda es fa en dues etapes: primer es determina per a quins preus la quantitat demandada és zero; i després, pel cas en que la quantitat demandada serà positiva, es calcula l'equació que, en funció del preu, especifica la quantitat demandada. La hipòtesi que el consumidor és preu acceptant significa que p no és una variable objecte de decisió per part del consumidor, qui, per tant, considera el preu p com un valor exogen. En termes matemàtics, això vol dir que p es considerarà, des del punt de vista del consumidor, com una constant sobre la que el consumidor no té cap influència.

- Primer pas: quan és la quantitat demandada zero? Atès que $U(0) = 0$, no comprant el bé el consumidor pot assegurar-se l'excedent $EC(p, 0) = 0$. Per tant, donat el preu p del bé, el valor q^* que maximitza l'excedent satisfà $U(q^*) - pq^* \geq 0$. De manera equivalent, $\frac{\alpha}{\beta}q^*-\frac{1}{2\beta}q^{*2}-pq^*\geq 0$ o, el que és el mateix, $q^*(\frac{\alpha}{\beta}-p-\frac{1}{2\beta}q^*)\geq 0$. El valor $q^* = 0$ compleix aquesta desigualtat. Ara busquem valors de q^* més grans que 0 que satisfan la desigualtat. Aquests valors satisfan $\frac{\alpha}{\beta}-p-\frac{1}{2\beta}q^*\geq 0$; això és, $\frac{\alpha}{\beta}-p\geq\frac{1}{2\beta}q^*$ o, equivalentment, $2\beta\left(\frac{\alpha}{\beta}-p\right)\geq q^*$. Atès que busquem q^* tal que $q^* > 0$, $2\beta\left(\frac{\alpha}{\beta}-p\right)\geq q^*$ implica $2\beta\left(\frac{\alpha}{\beta}-p\right)\geq q^*>0$. Donat que $\beta\neq 0$, cal que $\frac{\alpha}{\beta}-p>0$; és a dir, $p<\frac{\alpha}{\beta}$. En resum, si $p<\frac{\alpha}{\beta}$ la quantitat q^* que maximitza l'excedent pot ser positiva; però si $p\geq\frac{\alpha}{\beta}$, la quantitat $q^* = 0$ maximitza l'excedent. Ja tenim una part de la funció de demanda: per a preus iguals o superiors a $\frac{\alpha}{\beta}$, la quantitat demandada és zero.

- Segon pas: quan és la quantitat demandada positiva? Part 1: condició de 1r ordre de màxim. Si existeix un valor positiu q^* de q que maximitza EC, la condició necessària per a trobar-lo és que la derivada d'EC respecte de q s'anul·li quan s'avalua a q^*. La derivada d'EC respecte de q és $\frac{\partial EC(p,q)}{\partial q}=\frac{\partial U(q)}{\partial q}-\frac{\partial(pq)}{\partial q}=UMg(q)-p$. Igualant a zero, resulta $UMg(q) = p$. Per tant, si q^* maximitza EC, és necessari que $UMg(q^*) = p$. Essent $U(q) = \frac{\alpha}{\beta}q - \frac{1}{2\beta}q^2$, resulta que $UMg(q^*) = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}q^*$. Així, la condició $UMg(q^*) = p$ es concreta en $\frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}q^* = p$. Aïllant q^*, s'obté $q^* = \alpha - \beta p$. Aquesta condició determina el valor q^* que, en funció del valor de p, fa màxim l'excedent quan p està entre 0 i $\frac{\alpha}{\beta}$.

- <u>Part 2: condició de 2n ordre de màxim</u>. Finalment, cal assegurar-se que l'equació $q^d = \alpha - \beta p$ (on s'ha afegit el superíndex ^{d} sobre q per a aclarir que es tracta de quantitat demandada) determina el valor que maximitza, i no el que minimitza, la funció d'excedent. Això exigeix considerar la derivada segona $\frac{\partial^2 EC(p,q)}{\partial q^2} = \frac{\partial^2 U(q)}{\partial q^2} - \frac{\partial^2 (pq)}{\partial q^2}$ de la funció d'excedent i comprovar que la derivada segona és negativa quan s'avalua en tot parell (p, q) que compleix la condició necessària $q = \alpha - \beta p$. De fet, atès que $\frac{\partial U(q)}{\partial q} = UMg(q)$ i que $\frac{\partial^2 U(q)}{\partial q^2} = \frac{\partial\left(\frac{\partial U(q)}{\partial q}\right)}{\partial q}$, resulta que $\frac{\partial^2 U(q)}{\partial q^2} = \frac{\partial UMg(q)}{\partial q}$. D'altra banda, atès que $\frac{\partial (pq)}{\partial q} = p$ i que $\frac{\partial^2 (pq)}{\partial q^2} = \frac{\partial\left(\frac{\partial (pq)}{\partial q}\right)}{\partial q}$, resulta que $\frac{\partial^2 (pq)}{\partial q^2} = \frac{\partial p}{\partial q} = 0$, perquè, des de la perspectiva del consumidor, p es considera una constant. Resumint, $\frac{\partial^2 EC(p,q)}{\partial q^2} = \frac{\partial UMg(q)}{\partial q} - 0$. En conseqüència, donat un preu p, la quantitat q^* maximitza l'excedent quan $\frac{\partial^2 EC(p,q^*)}{\partial q^2} < 0$; això és, quan $\frac{\partial UMg(q^*)}{\partial q} < 0$. En paraules: quan la funció d'utilitat és decreixent en el valor q^* que la condició necessària identifica com a candidat a maximitzar l'excedent, la condició necessària és també suficient. La funció d'utilitat marginal és $UMg(q) = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}q$. La seva derivada és $\frac{\partial UMg(q)}{\partial q} = -\frac{1}{\beta}$, que és un valor negatiu perquè β és una constant positiva. Això vol dir que la funció d'utilitat marginal és decreixent per a tot valor de q i, en particular, per a aquells que són candidats a maximitzar l'excedent. Per consegüent, queda demostrat que (1) és la funció de demanda. La Fig. 4 representa gràficament la funció de demanda obtinguda.■

REMARCA 7. La demostració anterior ha revelat el següent (que és vàlid per a qualsevol funció d'utilitat): si el preu és p, si la quantitat q^* que maximitza l'excedent d'un consumidor preu acceptant se sap que és positiva i si la seva funció d'utilitat marginal és decreixent, la condició que permet calcular q^* estableix que $UMg(q^*) = p$.mesurada en diner, la utilitat que proporciona l'última unitat que integra la quantitat q^* ha de ser igual al cost (el preu) d'adquirir-la.

- La condició $UMg(q^*) = p$ (<u>utilitat marginal igual a preu</u>) diu que la utilitat en diner que dóna l'última unitat que integra la quantitat q^* és igual al cost en diner d'adquirir-la.

- La Fig. 5 il·lustra perquè el compliment de la condició $UMg(q^*) = p$ fa que q^* maximitzi l'excedent. La funció UMg representada és la que correspon a la funció d'utilitat $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$. Per tant, UMg és la mateixa funció que la representada a la Fig. 2.

- A la Fig. 5, triem un valor de p per al que sabem que la quantitat demandada serà positiva; per exemple, $p = 3$. Si tracem la recta horitzontal que passa per $p = 3$, la intersecció amb la funció d'utilitat marginal es produeix quan $q = 6$: aquest és el valor que satisfà la condició $UMg(q) = p$. Justament, $q = 6$ és la quantitat demandada quan $p = 3$, ja que $q^d = 12 - 2p = 12 - 2{\cdot}3 = 6$. Per tant, s'ha obtingut el valor $q = 6$ calculant quin valor de q que fa UMg sigui igual a p. De fet, quan $q = 6$, $UMg(6) = 6 - 6/2 = 3$.

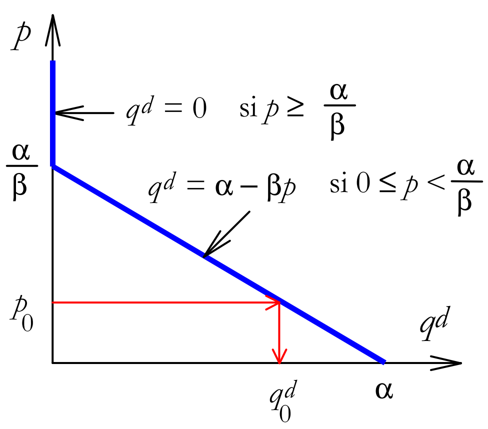


Fig. 4. Una funció de demanda lineal

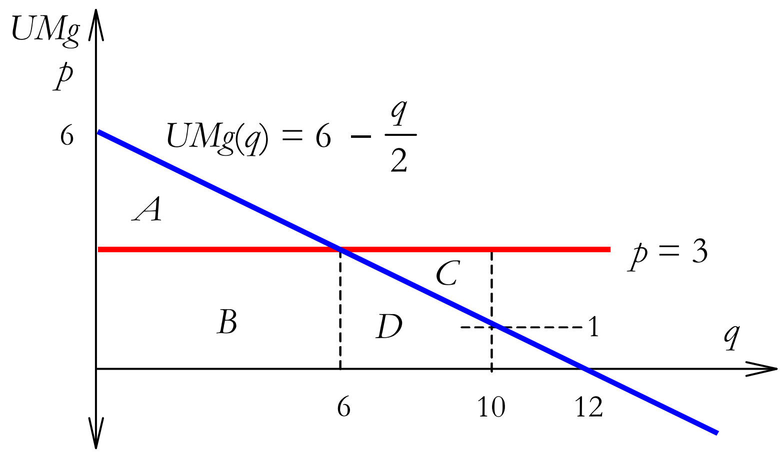


Fig. 5. Perquè $q = 10$ no maximitza l'excedent si $p = 3$

- Com és que el valor q^* de q que maximitza l'excedent és tal que $p = UMg(q^*)$? Analitzem què passa si, amb $p = 3$, el consumidor compra una quantitat diferent de $q = 6$. Es tracta de comprovar que el consumidor no maximitza el seu excedent. Seguint la Fig. 5, suposem que el consumidor, a preu $p = 3$, decideix comprar $q = 10$. Per la Proposició 11 de la Lliçó 2, la utilitat que obté consumint $q = 10$ és la suma de les àrees A, B i D. L'àrea A és la base 6 per l'alçada (6–3) tot dividit per dos. Resultat: 9. L'àrea B és base 6 per alçada 3. Total: 18. L'àrea C és base (10 – 6) per alçada (3 – 1) dividit per 2. Això dóna 4. L'àrea $C + D$ és base (10 – 6) per alçada 3. L'àrea D és l'àrea $C + D$ (que és 12) menys l'àrea de C (que és 4). Total: 8. Així, la suma de les àrees A, B i D és 9 + 18 + 8 = 35, que coincideix amb $U(10) = 6{\cdot}10 - 10^2/4 = 35$.

- La despesa quan es compra $q = 10$ a preu $p = 3$ és 30: base $q = 10$ multiplicat per alçada $p = 3$. Aquesta despesa és la suma de les àrees B, C i D. Per consegüent, l'excedent $E(3, 10)$ quan es compra a preu $p = 2$ la quantitat $q = 10$ és 35 (utilitat) menys 30 (despesa), igual a 5. En resum: (i) la utilitat de $q = 10$ és $A + B + D$; (ii) la despesa necessària per a comprar $q = 10$ quan el preu és $p = 3$ és $B + C + D$; (iii) l'excedent quan es compra $q = 10$ a preu $p = 3$ és $A + B + D$ menys $B + C + D$. Així, l'excedent $E(3, 10)$ és $A - C$: 9 menys 4.

- És, però, 5 el màxim excedent que el consumidor pot aconseguir si $p = 3$? La clau per a respondre la pregunta rau en determinar quin excedent obté el consumidor per l'última unitat quan consumeix $q = 10$. Això implica comparar la utilitat marginal quan $q = 10$ (l'alçada de la funció d'utilitat marginal al punt $q = 10$ de l'abscissa) amb la despesa marginal quan $q = 10$ (el que costa adquirir l'última unitat, que és el preu $p = 3$). Clarament, a la Fig. 5, $1 = UMg(10) < p = 3$: la utilitat (mesurada en diner) que obté el consumidor per l'última unitat del bé és inferior al cost (mesurat en diner) d'obtenir-la. Per tant, <u>si el consumidor vol maximitzar el seu excedent, no hauria de comprar aquesta unitat, perquè l'excedent que obté d'ella és negatiu</u>: paga 3 per una unitat que valora en 1.

- De fet, partint de $q = 10$, una apropiada reducció del consum del bé fa augmentar l'excedent, d'on resulta que amb $q = 10$ no se'l maximitza. Per exemple, amb $q = 9$, l'excedent és $E(3, 9) = U(9) - 3{\cdot}9 = 33'75 - 27 = 6'75 > 5 = E(3, 10)$. Amb $q = 8$, l'excedent també és més gran que amb $q = 10$.

- Així, hi ha dos arguments que demostren que $q = 10$ no maximitza l'excedent quan $p = 3$. Primer, la utilitat marginal quan $q = 10$ és inferior al preu del bé. I segon, l'excedent comprant $q = 8$ és superior a l'excedent quan $q = 10$. <u>Aquests dos arguments continuen sent vàlids per a qualsevol valor $q > 8$</u>. En conclusió, quan $p = 3$, cap valor de q superior a 6 (el valor de q que iguala p i UMg) no maximitza l'excedent del consumidor.

- Què succeeix per a valors de q inferiors a 6? Considerem el cas $q = 3$, representat a la Fig. 6. Ara, la utilitat $UMg(3) = 4'5$ obtinguda de l'última de les sis unitats (la distància entre els punts g i h) és superior al preu $p = 3$ del bé. Això indica que el consumidor està obtenint un excedent positiu de l'última unitat consumida i que obtindria un excedent positiu de comprar una unitat "infinitesimal" més. De fet, per la continuïtat de la funció d'utilitat marginal, $UMg(3) = 4'5$ significa que la següent unitat atorgarà una utilitat propera a 4'5 i, en tot cas, superior al preu $p = 3$. Així, afegint una unitat més a $q = 3$ el consumidor incrementa el seu excedent. Conclusió: si $p = 3$, l'excedent no es maximitza comprant la quantitat $q = 3$. Que $q = 3$ no maximitza l'excedent si $p = 3$ també es demostra observant que, a la Fig. 6, incrementant la quantitat de $q = 3$ a $q = 6$, el consumidor incrementa el seu excedent en l'àrea del triangle agh.

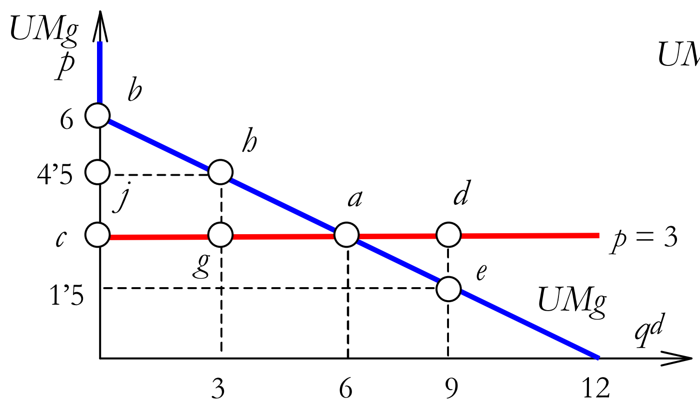


Fig. 6. Perquè $q = 3$ no maximitza l'excedent si $p = 2$

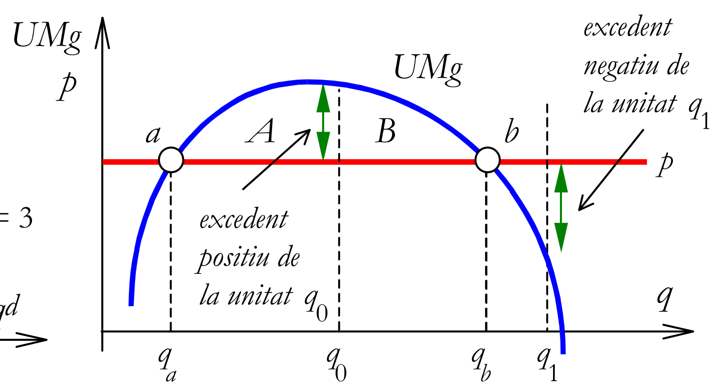


Fig. 7. Cas d'UMg amb tram creixent

REMARCA 8. La condició *UMg* = *p* no és suficient per a determinar la quantitat que maximitza l'excedent si la funció d'utilitat marginal no és decreixent.

- La Fig. 7 mostra una funció d'utilitat marginal amb un tram creixent. Aquesta funció indica que, inicialment, cada unitat addicional del bé aporta cada cop més utilitat (<u>utilitat marginal creixent</u>) però, a partir d'un cert valor, cada nova unitat consumida del bé aporta cada cop menys utilitat (<u>utilitat marginal decreixent</u>), fins que eventualment unitats addicional acaben restant utilitat. L'<u>efecte sadollament</u> és una justificació versemblant d'escollir funcions d'utilitat marginal que, <u>eventualment</u>, es tornen decreixents: per a tot bé hi haurà un nivell de consum que atipa el consumidor i fa que cada cop obtingui menys utilitat de consumir una unitat més.

- Fixat el preu *p* que s'indica a la figura, hi ha dos valors que satisfan la condició *UMg* = *p*, ja que hi ha dos punts on s'intersecten la funció *UMg* i la recta horitzontal traçada sobre el valor *p* de l'eix d'ordenades. Els punts es corresponent amb les quantitats q_a i q_b. Totes dues satisfan la condició de 1r ordre *UMg* = *p* per a trobar un màxim de la funció d'excedent. La condició de 1r ordre selecciona els candidats on buscar el(s) valor(s) que maximitza(en) la funció d'excedent. La de 2n ordre permet identificar, entre aquests candidats, el(s) valor(s) que maximitza(en) la funció d'excedent.

- Però q_a no satisfà la condició de 2n ordre, que diu que la derivada d'*UMg* avaluada al valor que és candidat a maximitzar la funció d'excedent ha de ser un valor negatiu. La Fig. 7 evidencia que la funció *UMg* creix en el punt on $q = q_a$. Aquest fet implica que la derivada d'*UMg* avaluada quan $q = q_a$ és positiva.

- Que q_a no maximitza l'excedent es pot comprovar gràficament a la Fig. 7. L'explicació rau en el fet que cada unitat entre q_a i q_b proporciona una utilitat marginal superior al preu. Això significa que la compra de cadascuna d'aquestes aportaria un excedent positiu a l'excedent total acumulat. Per exemple, la compra a preu *p* de la unitat identificada amb q_0 a la Fig. 7 proporciona l'excedent que indica la doble fletxa. L'excedent d'aquesta unitat és positiu perquè la utilitat que aporta (l'alçada de la funció *UMg* traçada sobre el valor q_0) és superior al cost que implica adquirir la unitat (el preu *p*, que és el cost monetari d'adquirir <u>cada</u> unitat). Per tant, comprar q_a a preu *p* no maximitza l'excedent perquè comprar qualsevol quantitat entre q_a i q_b dóna més excedent. En particular, si es comprés q_b en comptes de q_a l'excedent augmentaria en l'àrea *A* + *B*, que és la suma dels excedents que aportarien totes les unitats entre q_a i q_b.

- Aquest raonament demostra que cap valor de *q* entre q_a i q_b no maximitza l'excedent. L'exercici 2 demanda que comprovis perquè cap valor a l'esquerra de q_a no el maximitza. I què succeeix a la dreta de q_b? El raonament és idèntic al que demostra perquè, a la Fig. 5, *q* = 10 no maximitza l'excedent quan *p* = 3: totes les unitats a la dreta de q_b donen un excedent negatiu i, en conseqüència, redueixen l'excedent que s'obtindria a q_b. Per exemple, la compra de l'última unitat de la quantitat q_1 indicada a la Fig. 7 implica obtenir un excedent negatiu per aquella unitat (indicat per la doble fletxa, que assenyala la distància vertical, traçada sobre q_1, entre *UMg* i el preu *p*).

REMARCA 9. La Proposició 6 ofereix una justificació de l'anomenada "llei de la demanda", segons la qual hi ha una relació inversa entre el preu d'un bé i la quantitat demandada del bé per part d'un consumidor preu acceptant.

- Per la Proposició 6, un consumidor preu acceptant que tracti de maximitzar el seu excedent triarà la quantitat comprada d'acord amb una funció de demanda que estableix que, per a preus suficientment baixos (inferiors a α/β a la funció de demanda de la Fig. 4), el preu i la quantitat demanda es mouen en direccions oposades: un increment de p provoca una reducció de q^d; i una reducció de p provoca un augment de q^d. La relació inversa entre p i q^d (la "llei de la demanda") és la propietat més característica d'una funció de demanda.

- La funció de demanda obtinguda a la Proposició 6 satisfà, de fet, una versió feble de la "llei de la demanda", perquè per a preus suficientment grans, la quantitat és sempre zero i, per tant, la quantitat demandada no respon a tots els canvis en p. La versió feble de la "llei de la demanda" diu que una reducció de p no pot reduir q^d (de forma que q^d augmenta o queda igual) i que un augment de p no pot augmentar q^d (que disminueix o queda igual). Si només considerem com a rellevants els preus per als quals la quantitat demandada és positiva, llavors no és gaire violent mantenir que una funció com ara (1) satisfà la "llei de la demanda".

DEFINICIÓ 10. La funció inversa de demanda d'una funció de demanda que satisfà la "llei de la demanda" és la funció obtinguda quan s'aïlla p i es posa p en funció de q.

- Una funció de demanda que satisfà la "llei de la demanda" és decreixent. Per exemple, la funció de demanda $q^d = 1/p$ és sempre decreixent. Aquest tipus de funció és invertible: de la mateixa que manera que un únic valor de p determina un únic valor q^d, cada valor q^d pot ser associat amb un únic preu. Al cas anterior, $p = 1/q^d$, que és la funció inversa de demanda.

- La funció de demanda (1) és invertible (té funció inversa de demanda) només per a valors de p entre 0 i α/β. Per a aquests preus, l'expressió de la funció de demanda és $q^d = \alpha - \beta p$. Per tant, la funció inversa de demanda, per a q^d entre 0 i α, serà $p = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta} q^d$.

  La funció (1) no és invertible per a valors de p superiors α/β, perquè la funció no lliga el valor $q^d = 0$ amb un únic preu sinó amb un conjunt infinit de preus. Per tant, la inversa d'(1) en el tram on $p > \alpha/\beta$ no és una funció sinó una correspondència, ja que associaria amb $q^d = 0$ no un preu sinó un conjunt de preus: tots aquells preus que fan que la quantitat demanda sigui 0.

CONVENCIÓ 11. Quan es considerin funcions de demanda del tipus (1), l'expressió "funció inversa de demanda" es referirà a l'expressió $p = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta} q^d$, on q^d estarà definida entre 0 i α.

CONVENCIÓ 12. Quan es presenti una equació del tipus "$q^d = \alpha - \beta p$" com a funció de demanda, s'entendrà que l'equació determina la quantitat demandada <u>només</u> quan p satisfà $0 \leq p < \frac{\alpha}{\beta}$ i que, quan p satisfaci $p \geq \frac{\alpha}{\beta}$, s'entendrà que la quantitat demandada és zero. Les funcions de demanda que prenen la forma $q^d = \alpha - \beta p$ s'anomenaran <u>funcions de demanda lineals</u>.

REMARCA 13. <u>Les funcions inverses de demanda poden interpretar-se com a funcions d'utilitat marginal</u>.

- Aquesta observació ha de ser evident per al cas de funcions lineals. La Proposició 6 estableix que les funcions de demanda lineals $q^d = \alpha - \beta p$ provenen de funcions d'utilitat del tipus $U(q) = \frac{\alpha}{\beta}q - \frac{1}{2\beta}q^2$. La funció d'utilitat marginal d'aquest tipus de funció d'utilitat pren la forma $UMg(q) = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}q$. Atès que la funció de demanda s'obté d'aplicar la condició $UMg(q) = p$, si reemplacem $UMg(q)$ per p a la funció d'utilitat marginal resulta $p = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}q$, que és justament la funció inversa de demanda.

- La lectura estàndar d'una funció de demanda és <u>horitzontal</u>: donat un preu (com ara p_0 a la Fig. 4), la funció determina la quantitat demanda (q_0 a la Fig. 4). Per exemple, a la funció $q^d = 12 - 2p$, si $p_0 = 5$ aleshores $q^d{}_0 = 12 - 2\cdot5 = 2$. La manera en què s'ha generat una funció de demanda permet interpretar que, si $p_0 = 5$, el consumidor a qui s'adscriu la funció de demanda maximitzarà el seu excedent adquirint la quantitat $q^d{}_0 = 2$.

- La funció inversa de demanda permet una lectura o interpretació <u>vertical</u> d'una funció de demanda: donada una quantitat (com ara q_0 a la Fig. 4), l'alçada fins a la funció de demanda (la distància equivalent al valor p_0 a la Fig. 4) indica el màxim que el consumidor està disposat a pagar per l'última unitat de la quantitat q_0 (també podria interpretar-se que p_0 és el preu màxim per unitat que el consumidor estaria disposat a pagar per a adquirir la quantitat q_0). Per exemple, amb $q^d = 12 - 2p$, la funció inversa seria $p = 6 - q^d/2$. Així, el fet que per a $q^d{}_0 = 2$ el preu corresponent sigui $p_0 = 6 - 2/2 = 5$ s'interpreta en el sentit que el consumidor està disposat a pagar com a màxim el preu $p = 5$ per la unitat 2 (disposició consistent amb el fet que $UMg(2) = 5$).

- També podríem interpretar que si el consumidor hagués de comprar la quantitat $q_0 = 2$, el preu més alt que el faria estar disposat a comprar aquesta quantitat és $p_0 = 5$. És obvi que a un preu més petit també estaria disposat a comprar aquesta quantitat i encara més: per això es parlar del preu més alt que el consumidor pagaria. D'altra banda, qualsevol preu més alt ja no induiria el consumidor a comprar $q_0 = 2$, sinó menys: si $p = 5 + \varepsilon$, on ε és qualsevol nombre real positiu, aleshores $q^d = 12 - 2(5 + \varepsilon) = 12 - 10 - 2\varepsilon = 2 - 2\varepsilon < 2$ i, en conseqüència, a preu $p = 5 + \varepsilon$ el consumidor ja no voldria adquirir la quantitat $q = 2$. En resum, <u>les funcions inverses de demanda indiquen la disposició a pagar pels béns</u>.

- Les raons intuïtives que s'al·leguen per a justificar la "llei de la demanda" són essencialment dues. Una, un <u>efecte substitució</u>: quan el preu d'un bé X augmenta, amb les altres coses iguals, els béns similars a X s'abarateixen en comparació amb X i, per tant, hi ha un incentiu a substituir part del consum d'X per consum d'aquests altres béns. Per exemple, si el preu dels bolígrafs blaus augmenta, és previsible que això condueixi a un trasvàs de consum dels bolígrafs blaus als bolígrafs negres.

- I dues, un <u>efecte renda</u>: quan el preu d'un bé augmenta, amb les altres coses iguals (entre elles, la renda monetària del consumidor), el poder adquisitiu del consumidor disminueix. Atès que el consumidor té menys capacitat de compra, tendirà a reduir el consum de tots els béns i, en particular, el consum del bé que ha augmentat de preu.

- La visió d'una funció de demanda d'un bé com una regla que determina la disposició a pagar pel bé permet donar una altra justificació de la "llei de la demanda": en la mesura que cada nova unitat d'un bé provoca un impacte cada cop més petit sobre la utilitat del consumidor, és necessari un preu cada cop més baix per a induir-lo a adquirir més quantitat del bé.

- Que les funcions de demanda i d'utilitat marginal siguin en essència la mateixa cosa fa que la "llei de la demanda" equivalgui a assumir que la utilitat marginal és decreixent.

REMARCA 14. És convenient dividir l'obtenció d'una funció de demanda d'un consumidor preu acceptant en dues etapes: primer, es determina per a quins preus la quantitat demandada pel consumidor és zero; i després, pel cas en que la quantitat demandada serà positiva, es calcula l'equació que, en funció del preu, especifica la quantitat demandada.

EXEMPLE 15. Amb funció d'utilitat d'un bé $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$, la funció d'excedent del consumidor resultant és $EC(p, q) = \left(6q - \frac{q^2}{4}\right) - pq$. Amb aquesta informació, la funció de demanda del bé es calcularia seguint la demostració de la Proposició 6.

- Primer pas: <u>quan és la quantitat demandada zero</u>? Atès que $U(0) = 0$, no comprant el bé el consumidor pot assegurar-se l'excedent $EC(p, 0) = 0$. Per tant, el valor q^* que, donat el preu p del bé, maximitza l'excedent és tal que $6q^* - \frac{q^{*2}}{4} - pq^* \geq 0$. De manera equivalent, $q^*(6 - p - \frac{q^*}{4}) \geq 0$. El valor $q^* = 0$ satisfà aquesta desigualtat. Buscant valors de q^* més grans que 0 que satisfan la desigualtat, resulta que aquests valors han d'acomplir $6 - p - \frac{q^*}{4} \geq 0$; això és, $24 - 4p \geq q^* > 0$. Així, cal que $24 - 4p > 0$; és a dir, $p < 6$. En resum, si $p < 6$ no queda descartat que algun valor positiu de q maximitzi l'excedent; però si $p \geq 6$, $q = 0$ maximitza l'excedent. Ja tenim una part de la funció de demanda: per a preus iguals o superiors a 6, la quantitat demandada és zero.

- Segon pas: quan és la quantitat demandada positiva? Si existeix un valor positiu q^* de q que maximitza EC, la condició necessària per a trobar-lo és que la derivada d'EC respecte de q s'anul·li quan s'avalua a q^*. La derivada d'EC respecte de q és $\frac{\partial EC(p,q)}{\partial q} = \frac{\partial U(q)}{\partial q} - \frac{\partial (pq)}{\partial q} = UMg(q) - p$. Igualant a zero, resulta $UMg(q) = p$. Per tant, si q^* maximitza EC, és necessari que $UMg(q^*) = p$. Essent $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$, $UMg(q^*) = 6 - \frac{q^*}{2}$ o, de manera equivalent $6 - \frac{q^*}{2} = p$. Aïllant q^*, s'obté $q^* = 12 - p$. Atès que la funció d'utilitat marginal és decreixent, aquesta és la condició que determina el valor q^* que, en funció del valor que tingui p, fa màxim l'excedent quan p està entre 0 i 6.

- En resum, la funció de demanda resultant és

$$q^d = \begin{cases} 0 & \text{si } p \geq 6 \\ 12 - 2p & \text{si } 0 \leq p < 6 \end{cases}$$

on s'ha posat el superíndex ^{d} sobre q per a aclarir que es tracta de quantitat demandada. Aquest resultat és consistent amb la Proposició 6, ja que la funció d'utilitat de l'Exemple 15 és el cas particular on $\frac{\alpha}{\beta} = 6$ i $\frac{1}{2\beta} = \frac{1}{4}$, d'on resulta que $\beta = 2$ i $\alpha = 12$.

Exercicis de la Lliçó 3

1. (i) Amb la funció d'utilitat $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$ i $p = 2$, comprova, sense calcular el valor que maximitza l'excedent del consumidor, que ni $q = 9$ ni $q = 7$ maximitzen l'excedent. (ii) Troba a continuació el valor que el maximitza.

2. A la Fig. 7, per què cap valor de q_a inferior a q no maximitza la funció d'excedent?

3. Demostra la Proposició 6 quan $\alpha = \beta = 1$.

4. (i) Què significa que una funció de demanda expressi una relació inversa entre preu i quantitat demandada? (ii) Què justifica aquesta relació?

5. Calcula la funció de demanda si la funció d'utilitat és: (i) $U(q) = 10q - q^2/2$; (ii) $U(q) = q^2$; (iii) $U(q) = 2$; i (iv) $U(q) = \ln q$.

5. (i) Per què $q^d = 10 - 2p$ pot ser considerada una funció de demanda? Indica una que no ho pugui ser i explica perquè. (ii) Representa gràficament la funció de demanda $q^d = 10 - 2p$. (iii) Indica quina és la quantitat demandada si el preu és 10 i quina és la variació de la quantitat demanda si el preu es duplica. (iv) Determina tots els punts de la funció on la despesa és 8. (v) Obté la funció inversa de demanda i representa-la gràficament.

6. Obté les funcions inverses de les funcions de demanda: (i) $q^d = 100 - 5p$; (ii) $q^d = 10 - p/2$; (iii) $q^d = 10/p$; (iv) $q^d = 1 + 10/p$; i (v) $q^d = 10/p - p$.

7. (i) Troba l'expressió de la funció de demanda lineal que passa pels punts $(p, q^d) = (0, 10)$ i $(p, q^d) = (6, 0)$. (ii) Quin és el preu més petit que fa que $q^d = 0$? (iii) I q^d si $p = 0$? (iv) Indica una funció d'utilitat que origini la funció de demanda.

Lliçó 4. Canvis d'una funció de demanda d'un bé d'un consumidor

REMARCA 1. La Fig. 8 recapitula la feina feta fins ara. És necessari tenir present l'esquema de la Fig. 8 perquè la funció de demanda d'un bé d'un consumidor preu acceptant s'ha obtingut a l'empara d'una hipòtesi fins ara no feta explícita: que la funció d'utilitat estava construïda fixant tots els factors que són susceptibles de modificar la disposició del consumidor a pagar pel bé.

- Per exemple, quan $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$ es presenta com a funció d'utilitat d'un bé d'un consumidor, s'han fixat totes les circumstàncies que el consumidor considera rellevants per a determinar la seva disposició a pagar pel bé: la seva renda monetària (la quantitat de diner que pot dedicar a consumir béns), els preus d'altres béns, les expectatives futures sobre el preu del bé, les modes, la publicitat, l'estat de salut, l'estat d'ànim, el règim de pluges, l'estació de l'any, el seu coneixement sobre les característiques del bé i les d'altres béns similars, etc. El llistat és potencialment infinit: el consumidor dirà què considera rellevant per a determinar el que vol pagar pel bé.

- Tots aquests factors s'han suposat fixats a l'hora de definir la funció d'utilitat i, per aquest motiu, no apareixen quan s'especifica la funció: l'equació $6q - \frac{q^2}{4}$ s'entén que inclou els efectes d'aquests factors a l'hora de computar la utilitat.

- Aquesta situació la podem entendre més bé invocant funcions de vàries variables. Per exemple, sigui $y = F(v, x, z) = 2v + xz$. Fixem el valor de v i z: per exemple, $v = 5$ i $z = 3$. Si ara només permetem que x varïi, podem construir una funció on les úniques variables són x i y. De fet, fixant $v = 5$ i $z = 3$ a $y = 2v + xz$ resulta la relació $y = 10 + 3x$, de forma que queda definida una funció $y = f(x)$, on $f(x) = 10 + 3x$. Ara bé: si canviem els valors fixats de v o z, la relació resultant entre x i y canvia. Per exemple, si z passa de 3 a 6, la nova funció que lliga x amb és $y = 10 + 6x$. Després del canvi en el valor de z, els canvis en x tenen més impacte en y que abans.

- En el model sobre el consumidor presentat passa una cosa similar: en comptes d'especificar com a funció d'utilitat una funció completa com la F (on apareixen totes les variables rellevants per a determinar la utilitat), hem començat especificant una funció parcial com la f (on s'han fixat els valors de totes les altres variables rellevants).

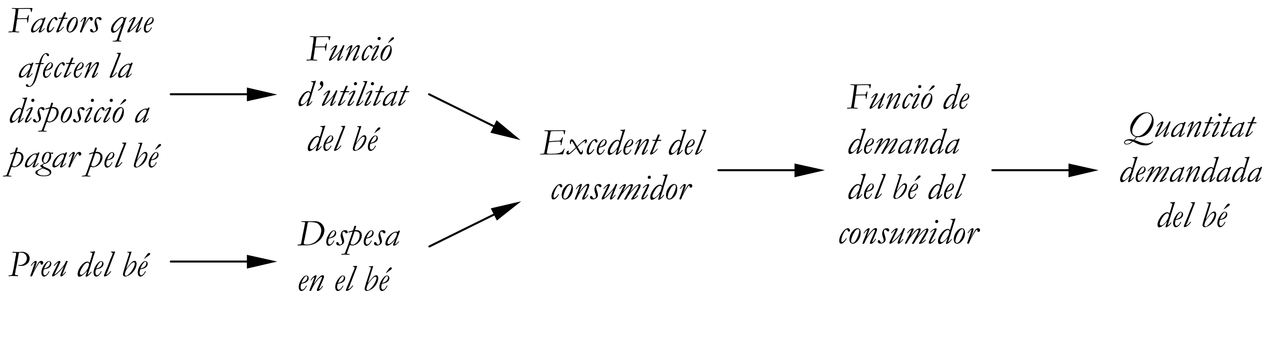


Fig. 8. De què va el Tema 2 o què hi ha darrere la presa de decisions d'un consumidor

- Aquesta lliçó pretén avançar algunes respostes a la pregunta de <u>què succeeix amb una funció de demanda si s'alteren aquells factors que s'han considerat fixats en el moment de definir la funció d'utilitat</u>.

REMARCA 2. <u>Un canvi en el preu del bé no provoca cap canvi en la funció de demanda del bé</u>, sinó (a tot estirar) un canvi en la quantitat demandada.

- La raó és que la funció de demanda precisament estableix els efectes, sobre la quantitat demandada, d'un canvi en el preu del bé: canviar el valor de la variable independent (el preu del bé) no fa canviar la funció (la funció de demanda), sinó el valor que la funció atribueix a la variable dependent (la quantitat demandada). Recuperant l'exemple anterior $y = f(x) = 10 + 3x$, si x varia això no fa variar la funció f sinó el valor de la funció f: si x passa d'1 a 2, y passa de 13 a 16, però res no li passa a la funció $f(x) = 10 + 3x$, que la continuem aplicant per a determinar els valors d'y.

- Gràficament, <u>un canvi en el preu del bé provoca un desplaçament al llarg de la funció de demanda el bé i no un canvi de la funció</u>. Per exemple, a les Figs. 9 i 10, es pot interpretar que l'augment del preu de p_0 a p_1 provoca un desplaçament al llarg de la funció de demanda, del punt a al punt b, ja que el preu p_0 implica que la quantitat demanda és $q^d{}_0$ (i això ens situa al punt a) i el a preu p_1 implica que la quantitat demanda és $q^d{}_1$ (i això ens situa al punt b).

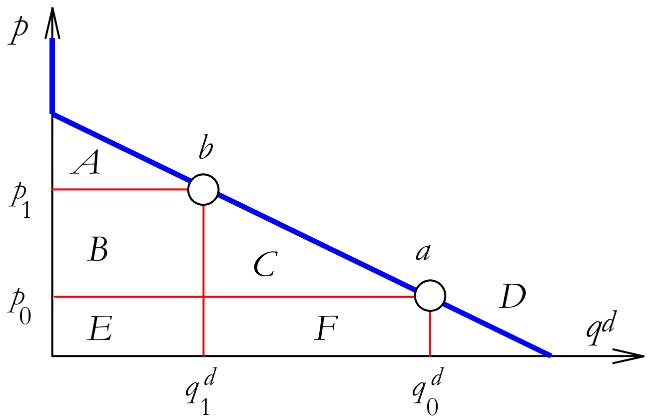


Fig. 9. Una funció de demanda lineal

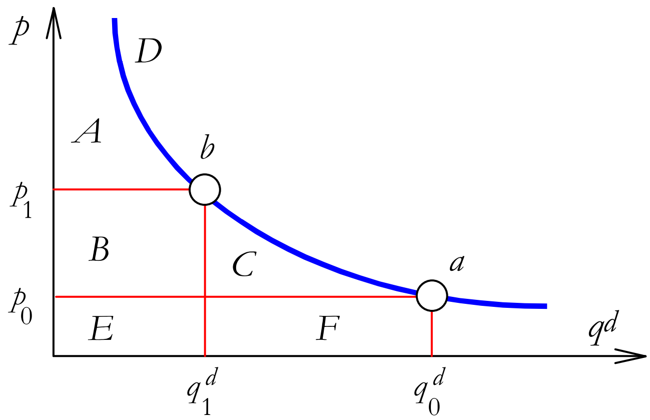


Fig. 10. Una funció de demanda no lineal

- La validesa de la Remarca 2 requereix <u>assumir que la funció d'utilitat d'un bé no depèn del preu del bé</u>. Aquesta assumpció exclou el cas del comportament <u>esnob</u>, que fa que el que un consumidor estigui disposat a pagar per un bé estigui condicionat pel preu del bé. La raó de condicionar la utilitat al preu del bé és que el consumidor considera que quan compra un bé a preu alt compra també el prestigi associat amb poder pagar un preu alt, de forma que comprar a preus baixos és una mena d'estigma que el consumidor desitja evitar. Comportaments d'aquesta mena estan presents en la compra d'obres d'art, on l'augment del preu es considera símptoma de l'augment del valor de les obres i, per tant, indueix els compradors que típicament adquireixen obres d'art a estar disposat a pagar més per obres que augmenten de preu.

- Si les funcions d'utilitat d'un bé no depenen del preu del bé, aleshores canvis en el preu no alteren la funció de demanda. Com a il·lustració, sigui $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$ la funció de d'utilitat d'un bé d'un consumidor preu acceptant i sigui $p = 1$. En aquest cas, la funció d'excedent és $EC = 6q - \frac{q^2}{4} - 1 \cdot q$. El valor que maximitza l'excedent s'obté de derivar EC i igualar a zero. La derivada d'EC és $\frac{\partial EC}{\partial q} = 5 - \frac{q}{2}$. Per tant, $q = 10$ maximitza l'excedent quan $p = 1$. Això vol dir que la funció de demanda del bé del consumidor assigna el valor $q^d = 10$ a la quantitat demandada quan $p = 1$. De fet, per la Lliçó 3 sabem que, amb funció d'utilitat $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$, la funció de demanda és

$$q^d = \begin{cases} 0 & \text{si } p \geq 6 \\ 12 - 2p & \text{si } 0 \leq p < 6. \end{cases}$$

  D'aquí que $p = 1$ impliqui que la quantitat demandada serà $q^d = 12 - 2 \cdot 1 = 10$. Si ara el preu augmenta fins a $p = 2$, la funció d'excedent és $EC = 6q - \frac{q^2}{4} - 2 \cdot q$. En aquest cas, $q = 8$ maximitza l'excedent, valor que s'obté substituint $p = 2$ a la funció de demanda. Com a resultat, la modificació del preu del propi no ha alterat la funció de demanda del bé sinó la quantitat demandada del bé.

- D'altra banda si el preu hagués estat $p = 7$ i hagués augmentat a $p = 8$, la quantitat demandada no s'hauria modificat: s'hauria mantingut a zero. Aquest exemple il·lustra l'"a tot estirar" de la Remarca 2: un canvi en el preu del bé no modificarà la funció de demanda del bé sinó, <u>en determinades ocasions</u>, la quantitat demandada del bé.

REMARCA 3. L'únic que <u>pot</u> provocar un canvi de la funció de demanda d'un bé és un canvi de la funció d'utilitat marginal del bé del consumidor.

- Què pot causar un canvi d'una funció d'utilitat marginal d'un bé? Simplement: tot el que modifiqui la disposició a pagar pel bé.

- En definir la funció d'utilitat d'un bé, tots els factors susceptibles d'afectar la disposició a pagar pel bé es mantenen constants. Un canvi d'algun d'aquests factors, és previsible que alteri la funció d'utilitat. En la mesura que la funció de demanda és essencialment una funció d'utilitat marginal, <u>els canvis d'una funció d'utilitat que realment importen són aquells que afecten la funció d'utilitat marginal</u>: canvis d'una funció d'utilitat que no afectin la funció d'utilitat marginal (sumar o restar una constant, per exemple) no afecten la funció de demanda.

REMARCA 4. Produït un canvi en algun factor que potencialment pugui afectar al que el consumidor està disposat a pagar pel bé, cal <u>discórrer l'efecte previsible d'aquest canvi sobre el que el consumidor està disposat a pagar per cada unitat del bé</u>.

- Si el canvi en el factor suggereix que el consumidor està disposat a pagar més per cada unitat del bé, la funció d'utilitat marginal es desplaçarà a la dreta (potser parcialment) i la funció de demanda també es desplaçarà (potser parcialment) a la dreta. En aquest cas, a cada preu del bé, el consumidor estarà disposat a comprar més (justament, perquè valora més cada unitat de bé).

- En general, tots els canvis en variables diferents del preu del bé que estimulin al consumidor a comprar més, desplacen la funció de demanda del bé cap a la dreta. Canvis que el consumidor entengui com a positius sobre el seu desig de consumir porten a un desplaçament cap a la dreta de la funció de demanda. Per exemple, en el cas d'un consumidor que es compra el primer cotxe, les seves funcions de demanda de béns lligats a l'ús del cotxe tendiran a desplaçar-se cap a la dreta: funció de demanda de benzina, de mecànics, de serveis d'assegurança, d'accessoris del cotxe, de clubs d'automobilistes, de places de pàrquing, d'autopistes de peatge… I també previsiblement de les funcions de demanda de béns el consum dels quals l'ús del cotxe facilita: visites turístiques, béns venuts a hipermercats, activitats culturals…

- Si el canvi en el factor suggereix que el consumidor està disposat a pagar menys per cada unitat del bé, la funció d'utilitat marginal es desplaçarà a l'esquerra (potser parcialment) i la funció de demanda també es desplaçarà (potser parcialment) a l'esquerra. En tal cas, a cada preu del bé, el consumidor estarà disposat a comprar menys (justament, perquè valora menys cada unitat de bé).

- En general, tots els canvis en variables diferents del preu del bé que estimulin al consumidor a comprar menys, desplacen la funció de demanda del bé cap a l'esquerra. Canvis que el consumidor entengui com a negatius sobre el seu desig de consumir porten a un desplaçament cap a l'esquerra de la funció de demanda. La pèrdua del cotxe per un accident, per exemple, tendiria, mentre no es reemplacés, a generar els efectes contraris als assenyalats anteriorment en el cas de l'adquisició.

- També és possible que la modificació de la funció de demanda consisteixi en una rotació: si el canvi en el factor indueix a comprar més per a preus superior a un cert valor p^*, però indueix a comprar menys per a preus inferiors a p^*, la nova funció de demanda rodarà al voltant del punt de l'antiga funció de demanda on el preu és p^*.

EXEMPLE 5. Suposem que la funció d'utilitat $U_0(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$ canvia a $U_1(q) = 8q - \frac{q^2}{4}$. La funció d'utilitat marginal canvia d'$UMg_0(q) = 6 - \frac{q}{2}$ a $UMg_1(q) = 8 - \frac{q}{2}$. Si es representen gràficament, la segona funció es troba a la dreta de la primera, de forma que pot interpretar-se que el canvi de la funció d'utilitat desplaça la funció d'utilitat marginal cap a la dreta. El resultat és que la funció de demanda també es desplaça (parcialment, però) a la dreta: passa de ser

$$q^d{}_0 = \begin{cases} 0 & \text{si } p \geq 6 \\ 12 - 2p & \text{si } 0 \leq p < 6 \end{cases} \quad \text{a ser} \quad q^d{}_1 = \begin{cases} 0 & \text{si } p \geq 8 \\ 16 - 2p & \text{si } 0 \leq p < 8. \end{cases}$$

EXEMPLE 6. Considerem la funció de demanda d'un cert bé d'un consumidor i suposem que augmenta la <u>renda monetària</u> del consumidor.

- Per a certs béns (per exemple, potser pel·lícules en DVD), l'augment de la renda fa que el consumidor estigui disposat a pagar més per cada unitat del bé. Això significa que l'augment de la renda del consumidor desplaçarà la seva funció de demanda d'aquests béns cap a la dreta: després de l'augment de la renda, a cada preu del bé, el consumidor desitjarà comprar més quantitat del bé que abans.

- Però per a altres béns pot succeir el contrari. Un cas és el transport públic: a mesura que augmenta la renda, el més probable és reduir el consum de transport públic i substituir-lo per transport privat (http://en.wikipedia.org/wiki/Inferior_good). Un altre cas és el VHS: per a nivell baixos de renda, comprar pel·lícules implica recórrer al format més barat, el vídeo; però a partir d'un cert nivell de renda, és previsible que comenci la substitució de format cap al DVD.

DEFINICIÓ 7. Si un augment de la renda del consumidor desplaça (potser parcialment) la seva funció de demanda d'un bé cap a la dreta i una reducció, cap a l'esquerra, aleshores es diu que, per al consumidor, el bé és <u>normal</u>. Si aquesta relació es dóna per a tots els consumidors, es diu que el bé és normal.

DEFINICIÓ 8. Si un augment de la renda del consumidor desplaça (potser parcialment) la seva funció de demanda d'un bé cap a l'esquerra i una reducció, cap a la dreta, aleshores es diu que, per al consumidor, el bé és <u>inferior</u>. Si aquesta relació es dóna per a tots els consumidors, es diu que el bé és normal.

- En general, els béns no són sempre normals o inferiors. Per a certs canvis de la renda, un mateix bé pot comportar-se com a bé normal i, per a d'altres canvis, com a bé inferior. Per exemple, el transport públic: sense renda, no es consumeix; a mesura que augmenta, se'n consumeix més; i, a partir d'un cert nivell, es redueix el seu consum perquè l'augment de la renda permet consumir transport privat.

DEFINICIÓ 9. Un bé normal és <u>de primera necessitat</u> si la proporció en què varia la quantitat demandada a resultes d'un canvi en la renda és inferior a la proporció en què varia la renda (per exemple, la renda augmenta un 5% però el consum del bé augmenta menys d'un 5%). Un bé normal és <u>de luxe</u> si la proporció en què varia la quantitat demandada a resultes d'un canvi en la renda és superior a la proporció en què varia la renda.

EXEMPLE 10. Considerem la funció de demanda d'un cert bé X i suposem que augmenta el preu d'un altre bé Y.

- En certs casos, l'augment del preu d'Y fa que el consumidor estigui disposat a pagar menys per cada unitat d'X, perquè en vol comprar menys d'X que abans a cada preu d'X. Això significa que l'augment del preu d'Y desplaça la funció de demanda d'X cap a l'esquerra. Per exemple, quan els DVDs gravables es venen en bobines (*cake boxes* o *spindles*), comprar més DVDs gravables exigeix comprar més estoigs per a protegir-los (per exemple, capses de plàstic). En la mesura que un augment del preu dels DVDs gravables porti a una reducció de la seva quantitat demandada, es produirà també una reducció de la quantitat demandada dels estoigs a cada preu dels estoigs (http://en.wikipedia.org/wiki/Complement_good).

- En altres casos, passarà el contrari: l'augment del preu d'*Y* farà que el consumidor estigui disposat a pagar més per cada unitat d'*X*. Això voldrà dir que l'augment del preu d'*Y* desplaça la funció de demanda d'*X* cap a la dreta. Per exemple, és previsible que l'augment del preu dels DVD+R gravables desplaci la funció de demanda dels DVD-R gravables cap a la dreta, perquè es produeix un efecte substitució del primer cap al segon format.

- Finalment, una tercera possibilitat és que l'augment del preu d'*Y* no afecti el que el consumidor està disposat a pagar per cada unitat d'*X*. En aquest cas, l'augment del preu d'*Y* no afecta la funció de demanda d'*X*. Per exemple, no és previsible que l'augment del preu de les taronges afecti la funció de demanda dels talls de cabells.

DEFINICIÓ 11. Si un augment del preu del bé *Y* desplaça (potser parcialment) la funció de demanda del bé *X* d'un consumidor cap a l'esquerra i una reducció, cap a la dreta, aleshores es diu que, per al consumidor, el bé *X* és <u>complementari</u> del bé *Y*. Si aquesta relació es dóna per a tots els consumidors, es diu que *X* és complementari d'*Y*.

DEFINICIÓ 12. Si un augment del preu del bé *Y* desplaça (potser parcialment) la funció de demanda del bé *X* d'un consumidor cap a la dreta i una reducció, cap a l'esquerra, aleshores es diu que, per al consumidor, el bé *X* és <u>substitutiu</u> del bé *Y*. Si aquesta relació es dóna per a tots els consumidors, es diu que *X* és substitutiu d'*Y*.

DEFINICIÓ 13. Si tant un augment com una disminució del preu del bé *Y* no modifica la funció de demanda del bé *X* d'un consumidor, aleshores es diu que, per al consumidor, el bé *X* és <u>independent</u> del bé *Y*. Si aquesta relació es dóna per a tots els consumidors, es diu que *X* és independent d'*Y*.

- En general, la relació de complementarietat, substituïbilitat o independència entre dos béns és variable: per a certs canvis del preu d'*Y*, *X* pot comportar-se com a complementari d'*Y* i, per a d'altres canvis, com a substitutiu o independent. De fet, entre tots els béns hi ha una certa relació de substituïbilitat, perquè tots competeixen per la mateixa renda: dedicar més renda a un bé implica poder dedicar menys als demés, de forma que, amb una renda constant, gastar més en un bé implica gastar menys en els demés.

Exercicis de la Lliçó 4

---

1. Indica en quina direcció és <u>previsible</u> que cadascun dels següents factors modifiqui la funció de demanda d'un cert bé X *d'un cert consumidor i addueix raons que justifiquin la resposta.*

(1) Reducció del nombre de consumidors d'X
(2) Augment del nombre de consumidors d'un bé Y del qual X és substitutiu
(3) Augment del nombre de consumidors d'un bé Y del qual X és complementari.
(4) Reducció del nombre de consumidors d'un bé Y del qual X és independent
(5) Reducció del preu d'X
(6) Increment del preu d'un bé que és substitutiu d'X
(7) Increment del preu d'un bé que és complementari d'X
(8) Augment de la renda d'un consumidor
(9) Reducció de la renda de tots els consumidors
(10) Expectativa generalitzada que el preu d'X s'apujarà
(11) Reducció del preu d'un bé que és substitutiu d'X i augment del preu d'un bé del qual X és complementari
(12) Anunci que X és perjudicial per a la salut
(13) Anunci que el consum d'X fa immortals els seus consumidors
(14) Desaparició d'un bé del qual X és complementari
(15) Augment del preu d'un bé del qual X és substitutiu i reducció de la renda del consumidor
(16) Aparició d'un bé substitutiu d'X
(17) Atorgament d'una subvenció als consumidors d'X
(18) Una campanya que publicita virtuts d'X
(19) Una campanya que publicita virtuts sobre un bé del qual X és complementari
(20) Conèixer que X es produeix amb mà d'obra infantil
(21) Declarar il·legal el consum d'X
(22) Declarar il·legal el consum d'un bé del qual X és complementari;
(23) Declarar legal el consum (prèviament il·legal) d'un bé del qual X és substitutiu
(24) La reaparició de la Pesta Negra
(25) L'aplicació d'una nova tecnologia que redueix un 100% els costs de produir X
(26) Descobrir que X es deixarà de produir aviat
(27) Que estigui plovent
(28) Un augment de la renda en la meitat del consumidors i una reducció en l'altra meitat
(29) Donar a conèixer que la tecnologia amb què es produeix X és extremadament contaminant
(30) La prohibició de Benet XVI de consumir X
(31) Saber que morirem demà
(32) Començar unes vacances
(33) Que ningú més no vulgui consumir X
(34) Que la unitat monetària canviï i passi de pessetes a euros
(35) Anunciar-se que X és el bé més consumit del món
(36) Si passa tot l'anterior

2. Comprova que si s'afegeix una constant, sumant o restant, a la funció d'utilitat $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$*, la funció de demanda no canvia.*

3. A la taula següent, de quin moment t a quin moment t': (i) X es comporta com a independent d'Y; (ii) X es comporta com a substitutiu d'Y; (iii) X es comporta com a complementari d'Y.

t	p_X	p_Y	q^d_X	q^d_Y
1	2	1	6	8
2	2	2	4	4
3	2	4	4	2
4	4	4	2	5
5	4	8	1	3

4. Pot un bé ser inferior i de luxe al mateix temps? Pot un bé comportar-se, en un cas, com a bé inferior i, en un altre, com a bé de luxe?

5. Una funció de demanda d'un bé és tal que un augment de la renda fa que el consumidor augmenti la quantitat demandada per a preus superiors a un valor p i disminueix la quantitat demandada per a preus inferiors a p*. Representa gràficament l'efecte sobre la funció de demanda d'un augment de la renda.*

6. És possible que X es comporti com a complementari d'Y i, simultàniament, Y no es comporti com a complementari d'X?

Lliçó 5. Funció de demanda de mercat d'un bé

DEFINICIÓ 1. La funció de demanda de mercat d'un bé és la suma de les funcions de demanda de tots els consumidors del bé. Per tant, a cada preu p del bé, la funció de demanda de mercat del bé determina la quantitat demandada pel total de consumidors del bé a preu p.

- Per exemple, suposem que $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ representa el conjunt de consumidors del bé. Per a $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, sigui $q_i^d(p)$ la funció de demanda del consumidor i. En aquest cas, la funció de demanda de mercat és $Q^d(p) = q_1^d(p) + q_2^d(p) + q_3^d(p) + \dots + q_n^d(p)$.

- Gràficament, la funció de demanda de mercat s'obté sumant les funcions de demanda individuals de manera horitzontal.

EXEMPLE 2. Suposem que només hi ha dos consumidors (o dos grups de consumidors) amb funcions de demanda $q_1^d(p) = 10 - p$ i $q_2^d(p) = 20 - 4p$. La Fig. 11 mostra com s'obté la funció de demanda de mercat corresponent.

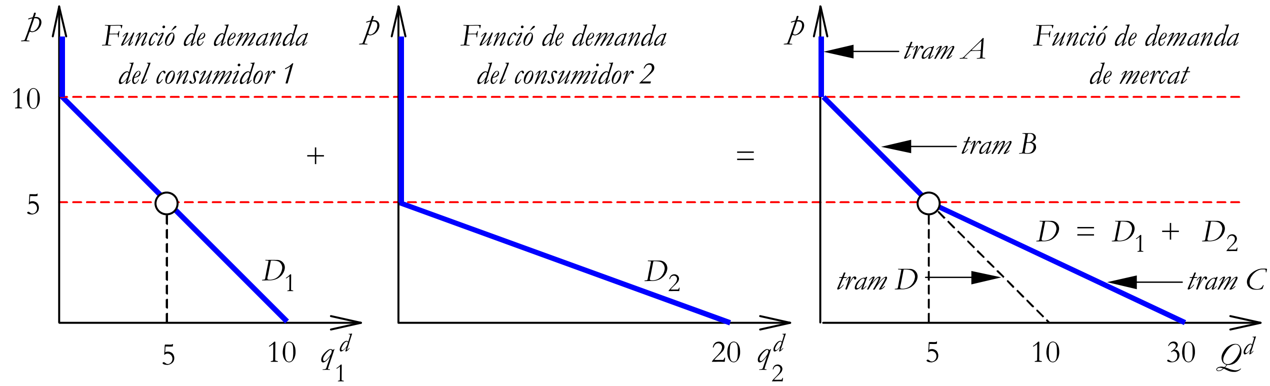


Fig. 11. Obtenció de la funció de demanda de mercat d'un bé

- Primer, cal identificar per a cada consumidor, el preu més petit que fa que la quantitat demandada sigui zero. Aquest preu representa el preu d'entrada del consumidor al mercat: si el preu és inferior a aquest valor, la quantitat demandada comença a ser positiva. El preu d'entrada es troba fent $q^d = 0$ i aïllant p (o, de manera equivalent, fent $q^d = 0$ a la funció inversa de demanda). Per al consumidor 1, el preu d'entrada és $p_1 = 10$; per al consumidor 2, és $p_2 = 5$. Això indica que, si comencem per un preu suficientment alt al qual ningú no compra el bé i l'anem reduint, el primer consumidor que s'incorporarà al mercat com a comprador serà l'1. Els preus d'entrada serviran per a determinar com està trossejada la funció de demanda de mercat: en ser dos els valors trobats, la funció de demanda de mercat estarà trossejada en 3 parts.

- Prenguem primer el preu d'entrada més alt: $p_1 = 10$. Si $p \geq p_1$, no hi ha cap comprador al mercat: el preu és tan alt per a tots dos consumidors que la quantitat demandada per cadascú és zero. Per tant, per a $p \geq p_1 = 10$, $Q^d(p) = q_1^d(p) + q_2^d(p) = 0 + 0 = 0$. El tram A de la Fig. 11 representa aquesta part de la funció de demanda.

- Prenguem ara el segon el preu d'entrada: $p_2 = 5$. Per a tot preu p entre el preu d'entrada superior $p_1 = 10$ i el següent preu d'entrada $p_2 = 5$, només és present al mercat el primer consumidor, ja que la quantitat demandada pel segon és zero. Com a resultat, per a valors de p entre 5 i 10, la funció de demanda coincidirà amb la funció de demanda del consumidor 1. Així, per a p tal que $p_2 < p < p_1$ (això és, per a p tal que $5 < p < 10$), $Q^d(p) = q_1{}^d(p) + q_2{}^d(p) = (10 - p) + 0 = 10 - p$. El tram B de la Fig. 11 representa aquesta part de la funció de demanda.

- Finalment, per a valors de p inferiors al segon preu d'entrada $p_2 = 5$, tots dos consumidors són al mercat i la quantitat demandada total serà la suma de dos valors positius, la quantitat demandada pel consumidor 1 i la demandada pel 2. Per tant, per a p tal que $0 \leq p \leq p_2$, $Q^d(p) = q_1{}^d(p) + q_2{}^d(p) = (10 - p) + (20 - 4p) = 30 - 5p$. El tram C de la Fig. 11 representa aquesta part de la funció de demanda. La funció de demanda de mercat està definida en tres parts:

$$Q^d(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p \geq 10 \\ 10 - p & \text{si } 5 < p < 10 \\ 30 - 5p & \text{si } 0 \leq p \leq 5. \end{cases} \tag{2}$$

- La primera part descriu la funció de demanda de mercat quan no hi ha cap comprador al mercat; la segona, quan només hi ha el consumidor 1 com a comprador; i la tercera, quan hi són tots dos consumidors presents al mercat com a compradors.

- <u>La quantitat demandada total que resulta d'aplicar la funció de demanda de mercat obtinguda ha de coincidir amb el resultat que s'obtindria sumant per separat la quantitat demandada per cada consumidor</u>. Així, si $p = 8$, la funció de demanda del consumidor 1 estableix que $q_1{}^d = 2$ i la del consumidor 2 que $q_2{}^d = 0$: si $p = 8$, $q_2{}^d = 20 - 4\cdot 8 < 0$; la convenció per al cas de valor negatiu de $q_2{}^d$ quan es considera $q_2{}^d(p) = 20 - 4p$ una funció de demanda és que el valor de $q_2{}^d$ és zero. Per tant, si $p = 8$, la quantitat demandada total és $Q^d = q_1{}^d + q_2{}^d = 2 + 0 = 2$. Fent el càlcul directament a la funció de demanda de mercat, identifiquem l'equació que cal aplicar si $p = 8$. Atès que 8 està entre 5 i 10, l'equació a aplicar és $Q^d = 10 - p = 10 - 8 = 2$: el mateix resultat.

- És un error pretendre obtenir la funció de demanda de mercat merament sumant $q_1{}^d(p) = 10 - p$ i $q_2{}^d(p) = 20 - 4p$. Aquesta suma és $30 - 5p$ i correspon amb el tercer tram de l'autèntica funció de demanda de mercat, aquell tram on tots dos consumidors són al mercat. Però aquest tram és només vàlid per a preus inferiors als preus d'entrada de tots dos consumidors. Per exemple, si consideréssim $Q^d = 30 - 5p$ com la funció de demanda, el valor resultant amb $p = 8$ seria $Q^d = 30 - 5\cdot 8 = -10$, un valor incorrecte que resulta de no reconèixer que la quantitat que el consumidor demanda quan $p = 8$ no pot negativa. Si $p = 8$, $q_2{}^d(p) = 20 - 4p$ dóna el valor inadmissible $q_2{}^d = -12$.

REMARCA 3. <u>Si les funcions de demanda dels consumidors són totes no creixents, la funció de demanda de mercat també serà no creixent</u>. I en els intervals de preus on totes les funcions de demanda dels consumidors siguin no creixents i alguna sigui decreixent, la funció de demanda de mercat serà decreixent.

- Per exemple, a la Fig. 11, les funcions de demanda de tots dos consumidors són no creixents per a p tal que $5 < p < 10$ i, en aquest cas, la funció del primer consumidor és decreixent. Com a resultat, per a p amb $5 < p < 10$ (tram B), la funció de demanda de mercat és decreixent.

REMARCA 4. Tots els factors que desplacen les funcions de demanda dels consumidors en un mateix sentit, desplaçaran la funció de demanda de mercat resultant en el mateix sentit.

- Un factor important que afecta la funció de demanda de mercat és el nombre de consumidors: un augment del nombre de consumidors desplaça la funció de demanda de mercat (potser parcialment) cap a la dreta; i una reducció del nombre de consumidors, cap a l'esquerra (també potser parcialment).

- A l'Exemple 2, si només hi ha el consumidor 1 al mercat, la primera gràfica de la Fig. 11 mostraria la funció de demanda de mercat. Però quan s'incorpora el consumidor 2, la funció de demanda de mercat està representada per la tercera gràfica. Per conseqüent, l'augment del nombre de consumidors ha desplaçat la funció de demanda de mercat parcialment a la dreta, passant de ser la funció definida pels trams A–B–D a la definida pels trams A–B–C.

Exercicis de la Lliçó 5

1. Completa la taula, sabent que hi ha dos grups de consumidors, q^d_1 és la quantitat demandada pel primer grup, q^d_2 la quantitat demanda pel segon i Q^d la quantitat demandada total.

p	2	4	6	8
q^d_1			20	10
q^d_2		20	10	
Q^d	70	50		10

2. Obté la funció de demanda de mercat si hi ha 50 consumidors, cadascun amb funció de demanda $q^d = 1 - p$. Representa gràficament la funció de demanda d'un consumidor i la de mercat.

3. Sigui $p = 2$ i la funció de demanda de mercat $q^d = 30 - 3p$. Representa gràficament la variació de despesa dels consumidors quan el preu es triplica. Interpreta les diferències entre els dos rectangles que representen la despesa.

4. Obté la funció de demanda de mercat si hi ha dos grups de consumidors, el primer amb funció de demanda $q^d_1 = 100 - p$ i el segon amb funció de demanda $q^d_2 = 200 - 2p$.

5. Obté la funció de demanda de mercat si hi ha tres grups de compradors, el primer amb funció de demanda $q^d_1 = 10 - 2p$, el segon amb funció (inversa) de demanda $p = 10 - 2q^d_2$ i el tercer amb funció de demanda $q^d_3 = 12 - p$.

6. Determina com els successos de l'Exercici 1 de la Lliçó 4 afecten la funció de demanda de mercat del bé X.

7. Sigui la funció de demanda de mercat $q^d = 10 - 2p$. Si el preu s'ha reduït a la meitat i la quantitat demandada ha augmentat en 4 unitats, quins són els preus inicial i final?

Lliçó 6. Excedent del consumidor calculat a partir d'una funció de demanda

En ocasions podem tenir una funció de demanda sense saber quina és la funció d'utilitat que l'origina. Aquest fet podria semblar que impossibilita conèixer l'excedent del consumidor quan compra una quantitat de bé a un determinat preu. És possible, però, recuperar l'excedent del consumidor de la funció de demanda (sempre que la utilitat de no consumir el bé sigui 0).

La raó que això sigui possible és el fet que l'alçada de la funció de demanda sobre cada quantitat $q > 0$ és també l'alçada de la funció d'utilitat marginal subjacent traçada sobre el mateix valor de q. Per tant, l'alçada de la funció de demanda corresponent al valor q expressa el que el consumidor està disposat a pagar per la q-èsima unitat del bé. D'aquesta manera, pot calcular-se l'excedent del consumidor quan compra la quantitat q al preu p sumant, per a cada unitat fins a la q-èsima, la diferència entre el que el consumidor pagaria que la unitat (l'alçada de la funció de demanda traçada sobre aquella unitat) i el preu.

EXEMPLE 1. Sigui $U(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$ la funció d'utilitat d'un bé. Ja sabem que la funció de demanda corresponent satisfà $q^d = 0$ si $p \geq 6$ i $q^d = 12 - 2p$ si $0 \leq p < 6$. Suposem que només coneixem la funció de demanda i hem de <u>calcular l'excedent del consumidor al punt *a* de la funció de demanda</u> a la Fig. 12, això és, l'excedent quan es compra $q = 6$ a preu $p = 3$.

- A la Fig. 12 es calcula geomètricament l'excedent total sumant l'excedent obtingut per cada unitat comprada. Per exemple, per la unitat 3, el consumidor està disposat a pagar com a màxim l'alçada de la funció de demanda traçada sobre $q = 3$. Aquesta alçada la dóna la funció inversa de demanda. Aïllant p a $q^d = 12 - 2p$ s'obté la funció inversa $p = 6 - q/2$ (per comoditat, s'escriu q en comptes de q^d). Per a $q = 3$, $p = 4'5$: el consumidor està disposat a pagar 4'5 per la unitat 3 (ja sabem que aquest és el valor que la funció d'utilitat marginal $UMg = 6 - q/2$ atribueix a $q = 3$). L'excedent de la unitat 3 és la diferència entre l'alçada 4'5 de la funció de demanda (el preu màxim que s'està disposat a pagar per aquella unitat) i el que efectivament es paga (el preu $p = 3$). Per tant, per la unitat 3, el consumidor obté l'excedent 4'5 – 3 = 1'5. La Fig. 12 mostra que <u>l'excedent per una unitat *q* és la diferència</u>, calculada sobre la recta vertical que passa per *q*, <u>entre la funció de demanda i la recta horitzontal traçada sobre el preu</u>.

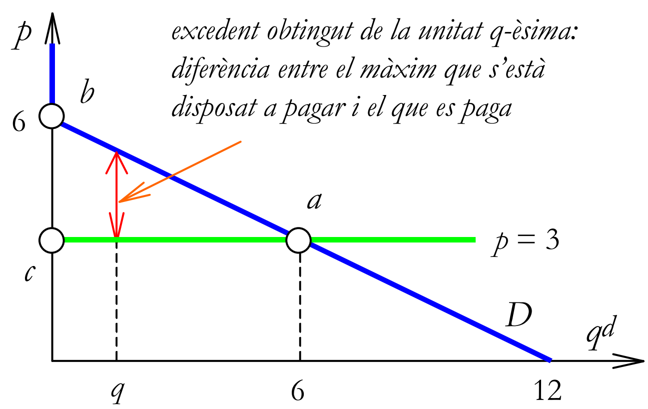


Fig. 12. Excedent sobre una funció demanda

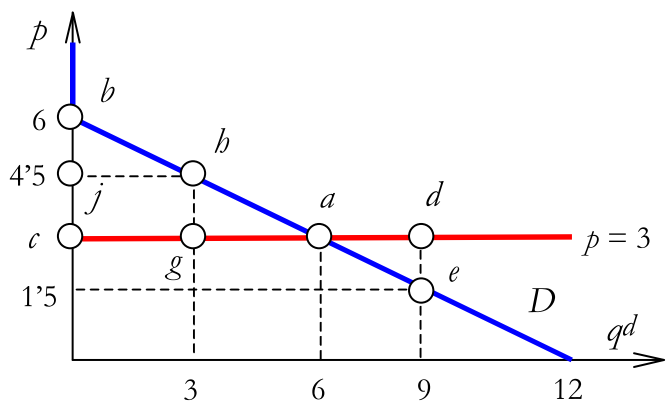


Fig. 13. Excedent fora una funció de demanda

- L'excedent quan es compra $q = 6$ a preu $p = 3$ resultaria de sumar l'excedent de cada unitat. Aquesta seria una suma infinita que coincidiria amb l'àrea del triangle *abc* de la Fig. 12. L'àrea del triangle *abc* és la base del triangle (la quantitat 6) per l'alçada del triangle (la diferència de preus 6 – 3) dividit per dos. Resultat: 9. El mateix resultat s'obté si s'aplica la fórmula d'excedent $U(q) - pq = U(6) - 3 \cdot 6 = (36 - 9) - 18 = 9$.

EXEMPLE 2. Com calcular l'excedent corresponent a un punt (p, q) fora la funció de demanda? Sigui $p = 3$ i considerem la Fig. 13.

- Cas 1: la quantitat q és <u>superior</u> a la quantitat 6 que indica la funció de demanda a preu $p = 3$. Suposem que la quantitat és 9. En aquest cas, la suma d'excedents <u>fins</u> a $q = 6$ donaria el valor 9 calculat a l'Exemple 1. Però per cada unitat més enllà de la unitat 6, l'excedent és negatiu, ja que el consumidor paga per aquelles unitats un preu superior al màxim del que està disposat a pagar. Això es manifesta en el fet que la funció de demanda cau, a l'esquerra de $q = 6$, per sota la recta que marca el preu $p = 3$. Atès que les unitats entre la 6 i la 9 aporten excedent negatiu, l'excedent quan es compra $q = 9$ a preu $p = 3$ seria l'àrea del triangle *abc* menys l'àrea del triangle *ade* a la Fig. 13, això és, $9 - 9/4 = 27/4$. El mateix resultat s'obté si s'aplica la fórmula d'excedent $U(q) - pq = U(9) - 3 \cdot 9 = (54 - 81/4) - 27 = 135/4 - 27 = (135 - 108)/4 = 27/4$.

- Cas 2: la quantitat q és <u>inferior</u> a la quantitat 6 que indica la funció de demanda a preu 3. Suposem que la quantitat és 3. Ara només cal sumar excedents fins a $q = 3$. A la Fig. 13, l'excedent quan es compra $q = 3$ a preu $p = 3$ és l'àrea de polígon *bcgh*. Aquesta àrea és la suma de l'àrea del triangle *bjh* i el rectangle *cghj*, això és, $9/4 + 9/2 = 27/4$. El mateix resultat s'obté si s'aplica la fórmula d'excedent $U(q) - pq = U(3) - 3 \cdot 3 = (18 - 9/4) - 9 = 63/4 - 9 = (63 - 36)/4 = 27/4$.

- El cas 1 prova que el punt a llarg de la recta $p = 3$ de la Fig. 13 on es maximitza l'excedent no es troba a la dreta d'*a*, perquè les unitats més enllà de la 6 proporcionen un excedent negatiu. Per això, l'excedent al punt *a* és més gran que l'excedent a qualsevol punt a la dreta d'*a* sobre la recta $p = 3$. El cas 2 prova que el punt a llarg de la recta $p = 3$ de la Fig. 13 on es maximitza l'excedent no es troba a l'esquerra d'*a*, perquè a punts a l'esquerra d'*a* sobre la recta $p = 3$ hi ha excedent positiu corresponent a unitats que no es compren. Per exemple, l'excedent al punt *g* és inferior que al punt *a* perquè no es comptabilitiza l'excedent positiu de cada unitat entre la 3 i la 6 (un total que puja a l'àrea del triangle *agh*). Conclusió: quan $p = 3$, l'excedent es maximitza al punt *a* d'intersecció entre la recta horitzontal $p = 3$ i la funció de demanda.

PROPOSICIÓ 3. *Sigui una funció de demanda d'un consumidor decreixent a partir d'un cert preu p^* i constant per a valors del preu superiors a p^*. Sigui p_0 un preu tal que $p_0 < p^*$. Aleshores: (i) una reducció de p_0 provoca un augment de l'excedent del consumidor; i (ii) un augment de p_0 provoca una reducció de l'excedent del consumidor.*

- La Proposició 3 captura la idea segons la qual <u>un augment del preu d'un bé perjudica els consumidors i una disminució del preu del bé els beneficia</u>.

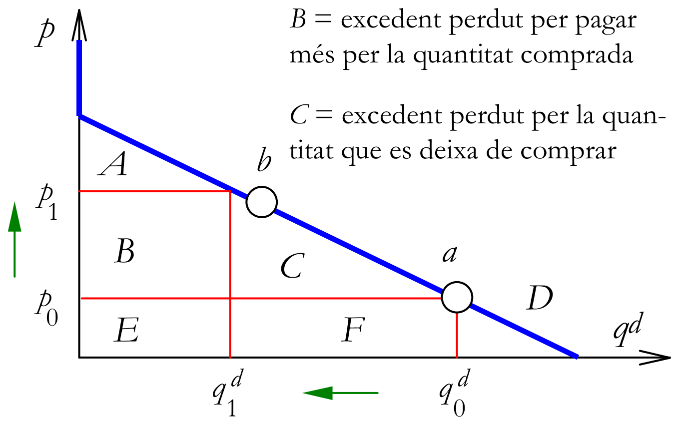


Fig. 14. Excedent i canvis del preu

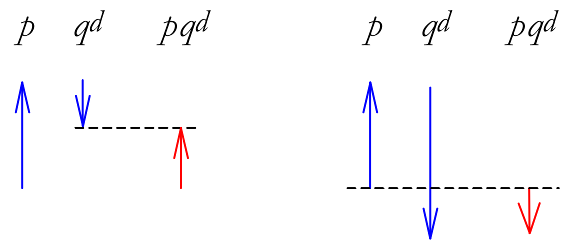


Fig. 15. Canvi del preu i de la despesa

REMARCA 4. Quan una modificació del preu altera l'excedent del consumidor, ho fa degut a dos efectes: un <u>efecte quantitat</u> i un <u>efecte preu</u>.

- L'efecte quantitat es refereix al fet que el canvi de preu modifica el nombre d'unitats sobre el que es calcula l'excedent. Per exemple, a la Fig. 14, suposem que el preu augmenta de p_0 a p_1 i que l'excedent es calcula sobre punts de la funció de demanda. Per tant, quan el preu és p_0, el consumidor obté l'excedent del punt *a*, que és la suma de les àrees *A*, *B* i *C*. I quan el preu és p_1, el consumidor obté l'excedent del punt *b*, que és l'àrea *A*. En conseqüència, l'augment de preu de p_0 a p_1, causa una pèrdua d'excedent igual a la suma de les àrees *B* i *C*.

- L'àrea *C* representa l'efecte quantitat, ja que *C* mesura la <u>pèrdua d'excedent deguda a una reducció de la quantitat comprada</u>. Quan el preu és p_0, les unitats entre $q_1{}^d$ i $q_0{}^d$ aportaven excedent; quan el preu és p_1, les unitats entre $q_1{}^d$ i $q_0{}^d$ ja noes compren i, per tant, es perd l'excedent que aportaven abans.

- L'efecte preu es refereix al fet que el canvi de preu modifica l'excedent de les unitats que es compren tant abans com després del canvi de preu. A la Fig. 14, l'àrea *B* representa l'efecte preu, ja que *B* consisteix en l'excedent que es perd per comprar les unitats des de la unitat 0 a la unitat $q_1{}^d$ a un preu superior. Tant abans com després del canvi de preu, hi ha excedent per la quantitat $q_1{}^d$. Mentre a preu p_0 l'excedent d'aquesta quantitat és *A* + *B*, a preu p_1 és només *A*. La pèrdua d'excedent es deu al fet que <u>es paga a un preu superior la mateixa quantitat</u>.

DEFINICIÓ 5. L'<u>excedent dels consumidors</u> quan a preu *p* es compra la quantitat total *q* és la suma de l'excedent que obté cada consumidor quan, a preu *p*, cada consumidor compra la seva part a la quantitat total *q*.

- L'excedent dels consumidors és simplement la suma de l'excedent de cada consumidor. L'excedent dels consumidors al punt (*p*, *q*) d'una funció de demanda de mercat es pot calcular: (i) directament a la funció de demanda de mercat com si fos una funció de demanda d'un únic consumidor; o (ii) calculant l'excedent al punt corresponent de cada funció de demanda dels consumidors i fent després la suma.

EXEMPLE 6. Suposem que només hi ha dos consumidors amb funcions de demanda $q_1^d(p) = 10 - p$ i $q_2^d(p) = 20 - 4p$. La funció de demanda de mercat és (2). La Fig. 16 mostra les representacions gràfiques de les tres funcions de demanda. Sigui $p = 2$. Calculem l'excedent dels consumidors al punt c de la funció de demanda, on $(p, Q^d) = (2, 20)$.

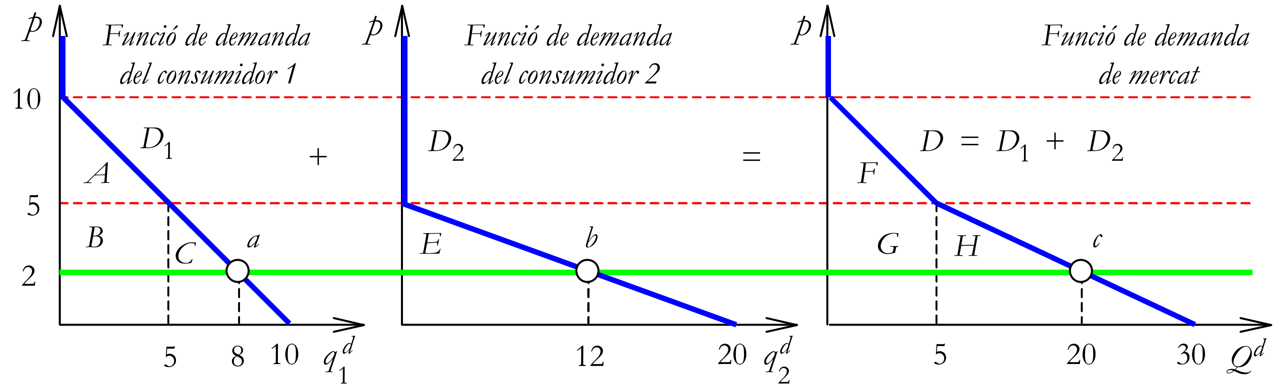


Fig. 16. Dues maneres de calcular l'excedent dels consumidors

- <u>Opció 1</u>: <u>calcular l'excedent dels consumidors directament sobre la funció de demanda de mercat</u>. Aquest excedent és la suma de les àrees F, G i H de la Fig. 16. L'àrea F és 25/2; l'àrea G és 15; I l'àrea H és 45/2. La suma és 50.

- <u>Opció 2</u>: <u>calcular l'excedent de cada consumidor (o grup de consumidors) i sumar els excedents</u>. Quan $p = 2$, la quantitat demandada pel consumidor 1 és 8. Així, l'excedent del consumidor 1 es calcula al punt a de la Fig. 16. Aquest excedent és la suma de les àrees A, B i C, que és 32. Quan $p = 2$, la quantitat demandada pel consumidor 2 és 12. Per tant, l'excedent del consumidor 2 es calcula al punt b de la Fig. 16. Aquest excedent és l'àrea E, que és 18. La suma d'excedents és 32 + 18 = 50.

Exercicis de la Lliçó 6

1. Per quins dos motius augmenta l'excedent d'un consumidor si es redueix el preu? A $q^d = 10 - 2p$, *calcula l'efecte quantitat i l'efecte preu sobre l'excedent quan el preu passa de* $p_0 = 4$ *a* $p_1 = 2$. *Fes el mateix quan passa de* $p_0 = 1$ *a* $p_1 = 5$.

2. Sigui $q^d = 10 - p$ *la funció de demanda d'un consumidor. (i) Quan està disposat a pagar per l'última unitat quan compra la quantitat* $q^d = 4$? *(ii) Quin és l'excedent més gran i el més petit que pot obtenir quan compra* $q^d = 4$ *i mai no paga per cap unitat més del que està disposat a pagar?*

3. A les funcions de demanda de l'Exemple 6, calcula l'excedent dels consumidors, aplicant les dues opcions de càlcul: (i) quan cada consumidor compra la quantitat que estableix la seva funció de demanda a preu $p = 4$; *(ii) el mateix a preu* $p = 5$; *(iii) quan, a preu 6, el consumidor 1 compra la* $q_1^d = 2$ *i el consumidor 2 compra* $q_2^d = 3$.

4. Demostra gràficament la Proposició 3.

5. A la funció de demanda $q^d = 10 - p$, *calcula l'excedent a: (i)* $(p, q^d) = (4, 8)$; *(ii)* $(p, q^d) = (4, 4)$; *(iii)* $(p, q^d) = (4, 6)$.

6 A la funció de demanda $q^d = 10 - 2p$, *identifica el punt on l'excedent és màxim, el punt on l'excedent és mínim i el punt on és* 32.

Lliçó 7. Elasticitat preu de demanda entre dos punts d'una funció de demanda

Una funció de demanda decreixent, com ara la de la Fig. 14, proporciona informació sobre les conseqüències d'una variació en el preu. Per exemple, si p augmenta des de p_0 a p_1, es produeix:

- una reducció de la quantitat demandada de q_0^d a q_1^d, ja que la funció és decreixent;
- una reducció de l'excedent del consumidor, que passa de ser l'àrea $A + B + C$ a només A; i
- una reducció de la utilitat del consumidor, perquè el fet que la part de la funció de demanda on p i q prenen valors positius sigui també part de la funció d'utilitat marginal fa que la funció d'utilitat marginal prengui valors positius entre q^d_0 i q^d_1, i això significa que la funció d'utilitat sigui creixent entre q^d_0 i q^d_1 (d'on una reducció de q^d implica una reducció d'$U(q^d)$).

Però encara no s'ha determinat què succeeix amb la despesa que fa el consumidor quan varia el preu. Si augmenta p, sabem que q^d no augmentarà (en general, disminuirà). Per tant, el producte $p \cdot q^d$ podria augmentar o disminuir. Quin cas es produeixi dependrà de quin dels dos canvis (l'augment de p o la disminució de q^d) és comparativament més gran.

La intuïció és que si el canvi en p no fa variar significativament q^d, aleshores l'efecte de p sobre el producte $p \cdot q^d$ dominarà l'efecte de q^d. Això faria que la despesa es mogués en la mateixa direcció que p. Per contra, si el canvi en p es tradueix en un canvi comparativament més intens en q^d aleshores l'efecte de q^d sobre el producte $p \cdot q^d$ dominarà l'efecte de q^d. Com a resultat, la despesa es mourà en direcció oposada a p.

La Fig. 15 il·lustra aquesta intuïció. Suposem que p augmenta. Al cas de l'esquerra, l'augment genera una reducció en la quantitat demandada comparativament poc important, d'on resulta que l'efecte positiu sobre la despesa del canvi en el preu domina l'efecte negatiu de la quantitat. És resultat net és que la despesa augmenta. Al cas de la dreta, el mateix augment del preu provoca una reducció comparativament més important sobre la quantitat, resultant que l'efecte positiu sobre la despesa del canvi en el preu és dominat per l'efecte negatiu de la quantitat. És resultat net és que la despesa disminueix. Tot aquest raonament és aproximadament, però no enterament, correcte. El concepte d'elasticitat permet esbrinar quan correcte és aquesta intuïció.

DEFINICIÓ 1. Sigui y una variable que depèn d'una segona variable x i, possiblement, d'altres variables. Quan l'única causa d'un canvi d'y és un canvi d'x, l'elasticitat d'y respecte d'x és la variació relativa d'y dividida per la variació relativa d'x.

- Atès que l'elasticitat d'y respecte d'x és el quocient de dues variacions relatives, l'elasticitat és un nombre sense unitats.

- L'elasticitat d'una variable y respecte d'una altra x és una mesura de quan sensible és y a canvis en x. Com més gran sigui l'elasticitat, més gran serà la sensibilitat i, per tant, més gran serà l'efecte (en terms relatius) del canvi en x sobre y. El cas esquerra a la Fig. 15 és un cas on la quantitat és poc sensible a canvis en el preu; el cas dret, un cas on la quantitat és molt sensible. El fons del problema rau en establir què indiquen les fletxes. L'elasticitat opta per considerar-les representacions de canvis relatius.

- Es consideren canvis relatius (o percentuals) per a evitar problemes amb les unitats en què es mesuren les variables: un canvi de 3 grams és el mateix que un canvi de 3000 miligrams, tot i que el 3000, comparat amb el 3, sembla indicar que el canvi és més important. Això fa que interpretar les fletxes a la Fig. 15 com a canvis absoluts no sigui adequat: sigui de 3 o de 3000, en sí mateix, un canvi és important o no en comparació amb un punt de referència. Si el valor d'una variable augmenta una unitat, aquest mateix canvi no és igual d'important si el valor de partida de la variable és 1 que si és 1 milió: al primer cas, el valor augmenta un 100%; al segon, l'increment és percentualment menyspreable. Si el pes augmenta de 3 a 6 grams, l'increment percentual és del 50%. El mateix increment resulta si mesurem en miligrams i passem de 3000 a 6000 miligrams.

- Per exemple, si el valor d'x augmenta d'$x_0 = 4$ a $x_1 = 6$, la variació relativa d'x és $\frac{x_1 - x_0}{x_0} = \frac{6-4}{4} = 0'5$. Aquest valor s'expressa en tant per u i indica que, en passar de 4 a 6, x ha augmentat un 0'5 per 1. Per tant, cada unitat de partida s'ha incrementat 0'5 unitats. En partir de 4 unitats, si cada unitat s'incrementa en 0'5, el total incrementat és 4·0'5 = 2 i el valor passa de 4 a 6. Per a expressar aquest valor en tant per cent, multipliquem per 100. Així, passar de 4 a 6 representar un augment del 50%.

- Si y augmenta d'$y_0 = 1$ a $y_1 = 2$ com a conseqüència d'un increment en x d'$x_0 = 1$ a $x_1 = 4$, l'elasticitat d'y respecte d'x serà la variació relativa $\frac{y_1 - y_0}{y_0} = \frac{2-1}{1} = 1$ d'y dividida per la variació relativa $\frac{x_1 - x_0}{x_0} = \frac{6-4}{4} = 0'5$ d'x, que dóna 2 com a resultat. Expressar les variacions relatives en tant per cent dóna el mateix valor, ja que l'elasticitat s'obtindria de dividir 100% (el canvi percentual en y) entre 50% (el canvi percentual en x).

- El valor 2 d'elasticitat indica que cada unitat de variació relativa d'x ha provocat 2 unitats de variació relativa d'y. Parlant en tant per cent, cada unitat percentual de variació d'x ha causat una variació de dues unitats percentuals en y. Això resulta obvi des del moment que el 50% de variació en x s'ha traduït en un 100% de variació d'y. L'elasticitat d'y respecte d'x no és més que el quocient d'aquests dos números: repartir el 100% de variació d'y entre el 50% de variació d'x que ha causat el canvi en y.

DEFINICIÓ 2. L'elasticitat preu de la demanda $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d}$ d'un punt inicial $a = (p_0, q^d_0)$ a un punt final $b = (p_1, q^d_1)$ d'una funció de demanda (sigui d'un consumidor o de mercat) és

$$\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = -\frac{\dfrac{q_1^d - q_0^d}{q_0^d}}{\dfrac{p_1 - p_0}{p_0}} = -\frac{q_1^d - q_0^d}{p_1 - p_0}\frac{p_0}{q_0^d} = -\frac{\Delta q^d}{\Delta p}\frac{p_0}{q_0^d} \tag{3}$$

on $\Delta q = q^d_1 - q^d_0$ és la variació absoluta de la quantitat demandada i $\Delta p = p_1 - p_0$ és la variació absoluta del preu (i on q^d_0 s'obté substituint p_0 a la funció de demanda i q^d_1 s'obté substituint p_1).

- Atès que la funció de demanda acostumarà a ser decreixent entre els punts a i b, s'afegeix el signe menys per a què el valor de l'elasticitat resulti positiu.

- La definició d'elasticitat preu de la demanda d'a a b expressa les variacions relatives de q^d i p en tant per u. Si es volguessin expressar les variacions relatives en tant per cent, tindríem 100% multiplicant al numerador i 100% dividint al denominador. En cancel·larse tots dos 100%, s'arriba a la fórmula anterior.

EXEMPLE 3. Evaluem l'elasticitat preu de la demanda quan el preu passa de $p_0 = 2$ a $p_1 = 3$ a la funció de demanda $q^d = 12 - p$.

- En no disposar dels valors de q^d, cal calcular-los. L'elasticitat preu de la demanda es refereix a dos punts d'una funció de demanda: un punt inicial a i un punt final b. El punt a és aquell punt de la funció de demanda on $p_0 = 2$. Per a obtenir-lo, substituïm $p_0 = 2$ a la funció de demanda per a obtenir $q^d{}_0 = 12 - p_0 = 12 - 2 = 10$. Així, $a = (p_0, q^d{}_0) = (2, 10)$. La quantitat $q^d{}_1$ del punt $b = (p_1, q^d{}_1)$ s'obté substituint p_1 a la funció de demanda. El resultat és $q^d{}_1 = 12 - p_1 = 12 - 3 = 9$, d'on tenim que $b = (p_1, q^d{}_1) = (3, 9)$. Ara ja tenim els dos punts a i b per a poder aplicar la fórmula.

- Calculem primer la variació relativa de p. En tant per u, la variació relativa és $\dfrac{p_1 - p_0}{p_0} = \dfrac{3-2}{2} = \dfrac{1}{2} = 0'5$. En tant per cent, es tractaria d'un 50%.

- La variació relativa de q^d és, en tant per u, $\dfrac{q_1^d - q_0^d}{q_0^d} = \dfrac{9-10}{10} = -\dfrac{1}{10} = -0'1$. En tant per cent, es tractaria d'un −10%. El valor negatiu indica que q^d s'ha reduït. Aplicant la fórmula (3), $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = -\dfrac{\frac{q_1^d - q_0^d}{q_0^d}}{\frac{p_1 - p_0}{p_0}} = -\dfrac{-\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{2{\cdot}1}{10{\cdot}1} = \dfrac{1}{5} = 0'2$. Amb variacions expressades en tant per cent, $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = -\dfrac{\frac{q_1^d - q_0^d}{q_0^d}{\cdot}100}{\frac{p_1 - p_0}{p_0}{\cdot}100} = -\dfrac{-10}{50} = \dfrac{1}{5} = 0'2$: el resultat és el mateix.

- El valor $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = 0'2$ indica que cada unitat de variació relativa de p s'ha traduït només en 0'2 unitats de variació relativa de q^d: un augment del 50% del preu només ha causat una caiguda del 10% en la quantitat demandada.

DEFINICIÓ 4. Es parla de demanda elàstica quan l'elasticitat és superior a 1; de demanda inelàstica, quan l'elasticitat és inferior a 1; de demanda d'elasticitat unitària quan l'elasticitat és 1; de demanda perfectament elàstica quan l'elasticitat és 0; i de demanda perfectament inelàstica quan l'elasticitat és ∞ (això és, quan cal dividir per 0 quan es calcula l'elasticitat).

- "Demanda elàstica" significa que q^d és "molt sensible" a canvis en p. Com més gran sigui el valor de l'elasticitat, més sensible serà q^d a canvis en p.

- "Demanda inelàstica" significa que q^d és "poc sensible" a canvis en p. Com més petit sigui el valor de l'elasticitat, menys sensible serà q^d a canvis en p. En el cas extrem d'elasticitat 0, la quantitat demandada no es veu alterada per un canvi en p.

- Quan les variacions relatives s'expressen en tant per cent, l'elasticitat és $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = \frac{\%\, q^d}{\%\, p}$, on $\%\, q^d = \left|\frac{q_1^d - q_0^d}{q_0^d}100\right|$ és la variació percentual de q^d en valor absolut[1] i $\%\, p = \left|\frac{p_1 - p_0}{p_0}100\right|$ és la variació percentual de p també en valor absolut. Si la demanda d'a a b és elàstica, $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = \frac{\%\, q^d}{\%\, p} > 1$. D'aquí que demanda elàstica signifiqui que $\%\, q^d > \%\, p$: amb demanda elàstica, la quantitat demandada ha variat, del punt a al punt b, en proporció superior al preu. A la inversa, demanda inelàstica vol dir que la quantitat demandada ha variat en proporció inferior al preu entre els dos punts sobre els que s'ha calculat l'elasticitat. I demanda d'elasticitat unitària, que preu i quantitat demandada han variat en la mateixa proporció.

EXEMPLE 5. Evaluem l'elasticitat preu de la demanda quan el preu passa de $p_0 = 10$ a $p_1 = 11$ a la funció de demanda $q^d = 12 - p$ i comparem-la amb l'obtinguda quan p passa de $p_0 = 2$ a $p_1 = 3$.

- L'Exemple 3 mostra que, quan p passa de $p_0 = 2$ a $p_1 = 3$, l'elasticitat és 0'2. En aquest cas, la demanda entre $a = (2, 10)$ i $b = (3, 9)$ és inelàstica: mentre p ha variat un 50%, q^d ha variat en la proporció inferior del 10%.

- Quan p passa de $p_0 = 10$ a $p_1 = 11$, la variació absoluta $\Delta p = p_1 - p_0$ és la mateixa que quan passa de $p_0 = 2$ a $p_1 = 3$. Però en termes relatius, la variació que representa passar de 10 a 11 és més petita (10%) que la variació que representa passar de 2 a 3 (50%).

- Quan p passa de $p_0 = 10$ a $p_1 = 11$, els punts inicial i final són $a = (p_0, q^d{}_0) = (10, 2)$ i $b = (p_1, q^d{}_1) = (11, 1)$. L'elasticitat preu de la demanda d'a a b és 5: p varia un 10% mentre q^d varia un 50%. En aquest cas, la demanda d'a a b és elàstica.

PROPOSICIÓ 6. *Sigui* $a = (p_0, q^d{}_0)$ *un punt de la funció de demanda*

$$q^d = \begin{cases} 0 & si\ p \geq \dfrac{\alpha}{\beta} \\ \alpha - \beta p & si\ 0 \leq p < \dfrac{\alpha}{\beta} \end{cases}$$

[1] El valor absolut d'un nombre positiu és el mateix nombre. El valor absolut d'un nombre negatiu és el nombre canviat de signe. Per tant, el valor absolut de 5 és 5 i el valor absolut de –5 és també 5.

on $p_0 < \dfrac{\alpha}{\beta}$ i tant a com b són constants positives. Sigui b = $(p_1, q^d{}_1)$ un altre punt de la funció de demanda. Aleshores, l'elasticitat preu de la demanda del punt a al punt b és: inferior a 1 si, i només si, $p_0 < \dfrac{\alpha}{2\beta}$; superior a 1 si, i només si, $p_0 > \dfrac{\alpha}{2\beta}$; i igual a 1 si, i només si, $p_0 = \dfrac{\alpha}{2\beta}$.

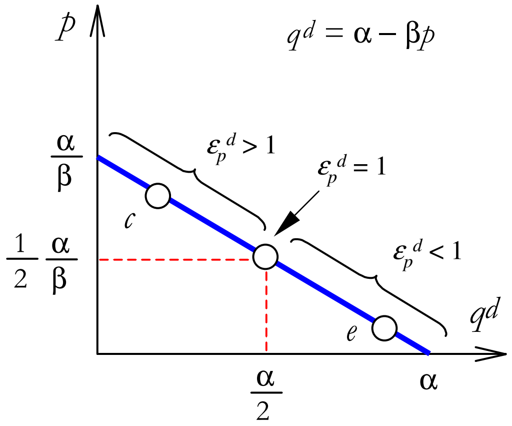


Fig. 17. Elasticitat a funcions de demanda lineals

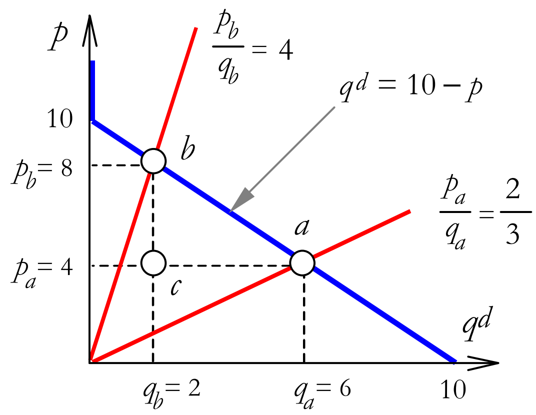


Fig. 18. Càlcul geomètric de l'elasticitat

- La Proposició 6 estableix que, en el cas de funcions de demanda lineals, si el punt inicial *a* per a calcular l'elasticitat es troba a la <u>part baixa de la recta</u> que defineix la funció de demanda, l'elasticitat resultant serà sempre <u>inferior a 1</u> (demanda inelàstica), amb independència de quin sigui el punt final *b*. A la Fig. 17, si *e* és el punt inicial en el càlcul de l'elasticitat no importa quin sigui el punt final: l'elasticitat serà inferior a 1. I prenent el punt mitjà de la recta com a punt inicial, l'elasticitat serà 1.

- De manera anàloga, si el punt *a* es troba a la <u>part alta de la recta</u>, l'elasticitat serà sempre <u>superior a 1</u> (demanda elàstica), amb independència de quin sigui el punt *b*. Per exemple, a la Fig. 17, si *c* és el punt inicial en el càlcul de l'elasticitat no importa quin sigui el punt final: l'elasticitat serà superior a 1.

- La versió $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = -\dfrac{\Delta q^d}{\Delta p}\dfrac{p_0}{q_0^d}$ ajuda a entendre la Proposició 6. Amb una funció lineal del tipus $q^d = \alpha - \beta p$, el quocient $\dfrac{\Delta q^d}{\Delta p}$ és el pendent $-\beta$ de la recta que defineix la funció de demanda. Això fa que $-\dfrac{\Delta q^d}{\Delta p}$ no depengui de quins siguin els punts *a* i *b* respecte dels quals es computa l'elasticitat. Per tant, $-\dfrac{\Delta q^d}{\Delta p}$ serà una constant: β. Com a resultat, el valor d' $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d}$ dependrà només de la relació $\dfrac{p_0}{q_0^d}$. Aquesta relació creix a mesura que ens enfilem sobre la recta. En conseqüència, <u>com més alt sobre la recta se situï el punt inicial *a*, més alt serà el valor de l'elasticitat</u>.

EXEMPLE 7. Sigui la funció de demanda $q^d = 10 - p$, representada a la Fig. 18. Comparem l'elasticitat del punt *a* a un altre punt *c* qualsevol amb l'elasticitat del punt *b* a un altre punt *d*.

- L'elasticitat d'*a* a *c* és $\underset{a\to c}{\varepsilon_p^d} = -\dfrac{q_c^d - q_a^d}{p_c - p_a}\dfrac{p_a}{q_a^d}$, on $q^d{}_c$ s'obté substituint p_c a la funció de demanda i $q^d{}_a$ s'obté substituint p_a a la funció de demanda. Comprovem que $\dfrac{q_c^d - q_a^d}{p_c - p_a}$ és el pendent –1 de la funció $q^d = 10 - p$. De fet, $q^d{}_c - q^d{}_a = (10 - p_c) - (10 - p_a) = -p_c) - (p_c - p_a)$. Així, $\dfrac{q_c^d - q_a^d}{p_c - p_a} = \dfrac{-(p_c - p_a)}{p_c - p_a} = -1$. En valor absolut, el pendent de la recta de la Fig. 18 és el <u>quocient entre la distància *ac* i la distància *bc*</u>. A la Fig. 17, el pendent en valor absolut seria el quocient entre la base α i l'alçada $\dfrac{\alpha}{\beta}$, que és β.

- L'elasticitat de *b* a *d* és $\underset{b\to d}{\varepsilon_p^d} = -\dfrac{q_d^d - q_b^d}{p_d - p_b}\dfrac{p_b}{q_b^d}$. Ara, $\dfrac{q_d^d - q_b^d}{p_d - p_b}$ també és igual al pendent –1 de la funció $q^d = 10 - p$. Per tant, el primer component $\dfrac{\Delta q^d}{\Delta p}$ de les dues elasticitats és el mateix. Com a resultat, el fet $\dfrac{q_c^d - q_a^d}{p_c - p_a} = \dfrac{q_d^d - q_b^d}{p_d - p_b}$ fa que sigui el segon component el que determini quina elasticitat serà més gran. Així, tindrem $\underset{a\to c}{\varepsilon_p^d} > \underset{b\to d}{\varepsilon_p^d}$ si, i només si, $\dfrac{p_a}{q_a^d} > \dfrac{p_b}{q_b^d}$ i $\underset{a\to c}{\varepsilon_p^d} < \underset{b\to d}{\varepsilon_p^d}$ si, i només si, $\dfrac{p_a}{q_a^d} < \dfrac{p_b}{q_b^d}$.

- El quocient $\dfrac{p_a}{q_a^d}$ és igual al pendent de la recta que uneix l'origen i el punt *a*. La Fig. 18 mostra que quocient i pendent són 2/3. D'altra banda, el quocient $\dfrac{p_b}{q_b^d}$ és igual al pendent de la recta que uneix l'origen i el punt *b*. La Fig. 18 mostra que els segons quocient i pendent són 4. La recta que uneix l'origen amb *b* és més vertical que la recta que uneix l'origen amb *a* i això fa que el pendent de la primera recta sigui més gran que el de la segona (<u>important</u>: això sempre i quan *p* es representi a ordenades; si *p* es representés a abscisses la recta més plana tindria més pendent). En resum, ha resultat que $\dfrac{p_b}{q_b^d} > \dfrac{p_b}{q_b^d}$ i, d'aquí, $\underset{b\to d}{\varepsilon_p^d} > \underset{a\to c}{\varepsilon_p^d}$: <u>tota elasticitat que tingui *b* com a punt inicial serà més gran que tota elasticitat que tingui a *a* com a punt inicial</u>.

REMARCA 8. <u>Determinants de l'elasticitat</u> (http://en.wikipedia.org/wiki/Demand_elasticity). L'elasticitat preu de la demanda d'un bé tendirà a ser més alta com:

- més <u>béns substitutius</u> tingui el bé;
- més gran sigui la <u>proporció de la renda</u> dedicada a comprar el bé;
- més <u>dispensable</u> (o menys "necessari") sigui el consum del bé; i
- més llarg sigui el període de <u>temps</u> considerat.

Exercicis de la Lliçó 7

1. Sigui la funció de demanda $q^d = 10 - p$. Si l'elasticitat preu de la demanda des del punt (p_0, q^d_0) és més gran que 1, per què s'ha de tenir que $p_0 > 5$?

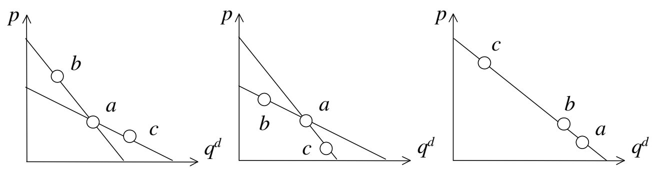
2. Tria un punt d'una funció de demanda perfectament inelàstica i calcula l'excedent en aquell punt.

3. Tria un punt d'una funció de demanda perfectament elàstica i calcula l'excedent en aquell punt.

4 Sigui la funció de demanda $q^d = 12 - 3p$. Obté l'elasticitat preu de la demanda des del punt (p_0, q^d_0) al punt (p_1, q^d_1) a cadascun dels següents casos: (i) $p_0 = 1$ i $q^d_1 = 3$; (ii) $p_0 = 1$; (iii) $q^d_0 = 3$; (iv) $q^d_1 = 6$; (v) $p_1 = 3$; i (vi) $p_1 = 0$ i $q^d_1 = 12$.

5. A les Figs. (1) i (2), de quin punt a quin punt és més gran l'elasticitat preu de la demanda? I de quin a quin més petita?

6. A la Fig. (3), on és més gran l'elasticitat preu de la demanda:
*(i) en el pas d'**a** a **b** o en el pas d'**a** a **c**?;*
*(ii) en el pas d'**a** a **b** o en el pas de **b** a **c**?;*
*(iii) en el pas d'**a** a **c** o en el pas de **b** a **a**?;*
*(iv) en el pas de **b** a **a** o en el pas de **b** a **c**?;*
*(v) en el pas de **c** a **a** o en el pas de **b** a **c**?*



(1) (2) (3)

7. (i) Calcula l'elasticitat preu de la demanda si el preu augmenta un 25% i la quantitat demandada disminueix un 50%. (ii) I si el preu es duplica i la quantitat demandada es redueix a la meitat?

8. Identifica dos béns per als quals una funció de demanda individual pugui ser perfectament inelàstica i explica què ho justificaria.

9. Sigui $a = (p, q^d) = (3, 6)$ i $b = (p, q^d) = (6, 3)$. Calcula l'elasticitat preu de la demanda del punt a al punt b i compara-la amb l'elasticitat preu de la demanda del punt b al punt a.

10. Si l'elasticitat preu de la demanda davant una variació del preu és 2 i la quantitat ha augmentat un 10%, quina ha estat la variació del preu?

11. (i) Per què l'elasticitat preu de la demanda d'un punt a de la funció de demanda a un punt b no és sempre igual a l'elasticitat preu de la demanda del punt b al punt a? (ii) Indica dos punts a i b d'una funció de demanda lineal tals que l'elasticitat preu de la demanda d'a a b és igual a l'elasticitat preu de la demanda de b a a.

12. (i) A la funció de demanda $q^d = 1/p$, calcula l'elasticitat preu del punt $a = (p_0, q^d_0) = (½, 2)$ al punt $b = (p_1, q^d_1) = (2, ½)$. (ii) Torna a calcular-la però des de b fins a a.

13. Què passa amb la despesa dels consumidors quan augmenta el preu en una funció de demanda de mercat perfectament inelàstica? I quan és perfectament elàstica?

14. (i) Calcula la despesa màxima que es pot fer amb funció de demanda $q^d = 12 - p$ i identifica el punt de la funció de demanda on s'assoleix la despesa màxima. (ii) Identifica tots els punts de la funció de demanda on la despesa és la màxima menys 1 i calcula l'elasticitat preu de la demanda de cada punt a l'altre.

15. Què voldria dir que una elasticitat preu de la demanda prengués un valor negatiu?

Lliçó 8. Elasticitat preu de demanda a punt d'una funció de demanda

DEFINICIÓ 1. L'elasticitat preu de la demanda (sigui d'una funció de demanda d'un consumidor o d'una funció de demanda de mercat) <u>al punt</u> (p_0, $q^d{}_0$) de la funció de demanda és

$$E_p^d = -\frac{\partial q^d}{\partial p}\frac{p_0}{q_0^d} \tag{4}$$

on $\frac{\partial q^d}{\partial p}$ és la derivada de la funció de demanda respecte de p i aquesta derivada s'avalua al punt (p_0, $q^d{}_0$) de la funció de demanda.

- L'elasticitat preu de la demanda d'un punt a un altre té almenys dos inconvenients: calcular-la del punt a al punt b no és en general igual a calcular-la de b a a; i, també en general, l'elasticitat d'a a b dependrà del punt b triat. Per tant, partint d'un punt inicial a, fins que no es produeixi un canvi que permeti identificar un segon punt, no es podrà calcular l'elasticitat. Això és un problema perquè seria útil poder dir si, situats a un cert punt a, la demanda es podria considerar elàstica o inelàstica. Malauradament, depenent de quin canvi es produeixi, la demanda pot resultar elàstica o inelàstica.

- L'elasticitat en un punt pretén superar aquests dificultats considerant un <u>canvi arbitràriament petit en el preu</u>. Una manera d'obtenir la fórmula (4) d'elasticitat en un punt a consisteix en partir de la fórmula (3) d'elasticitat $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d}$ d'a a un punt b i prendre el límit de l'elasticitat quan b s'apropa a a. Si el límit existeix s'obté (4). D'aquesta manera, (4) és com una elasticitat entre dos punts quan aquests punts estan propers que es poden considerar un de sol.

PROPOSICIÓ 2. *Per a funcions de demanda lineals, l'elasticitat preu de la demanda d'un punt a a un punt b de la funció de demanda coincideix amb l'elasticitat preu de la demanda al punt a.*

- *Demostració*. Sigui $q^d = \alpha - \beta p$ una funció de demanda lineal i a i b dos punts de la funció. Comprovem que $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = E_p^d$, on la segona elasticitat s'avalua a a. D'un costat, $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = -\frac{q_b^d - q_a^d}{p_b - p_a}\frac{p_a}{q_a^d}$. Clarament, $\frac{q_b^d - q_a^d}{p_b - p_a} = \frac{(\alpha - \beta p_b) - (\alpha - \beta p_a)}{p_b - p_a} = \frac{-\beta(p_b - p_a)}{p_b - p_a} = \beta$. De l'altre costat, $E_p^d = -\frac{\partial q^d}{\partial p}\frac{p_a}{q_a^d}$. Aquí també és clar que $\frac{\partial q^d}{\partial p} = -\beta$: la derivada de la funció de demanda respecte de p és $-\beta$. Així que $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = \beta\frac{p_a}{q_a^d}$ i $E_p^d = \beta\frac{p_a}{q_a^d}$. ■

EXEMPLE 3. A la Fig. 18, l'elasticitat preu de la demanda d'a a b és el quocient entre la variació del $66'\widehat{6}$ % de la quantitat i la variació del 100% del preu: $\frac{2}{3}$. L'elasticitat preu de la demanda a a és la derivada de la funció de demanda canviada de signe (que val 1) pel quocient $\frac{p_a}{q_a^d} = \frac{2}{3}$.

REMARCA 4. No és cert que una funció de demanda més horitzontal tingui valors d'elasticitat preu de la demanda més grans que una funció de demanda menys horitzontal.

EXEMPLE 5. La funció de demanda lineal que passa pels punts $a = (p_0, q^d{}_0) = (20, 10)$ i $b = (p_1, q^d{}_1) = (10, 20)$ és $q^d = 30 - p$. La funció de demanda lineal que passa pels punts $a = (p_0, q^d{}_0) = (20, 100)$ i $b = (p_1, q^d{}_1) = (10, 120)$ és $q^d = 140 - 2p$. Representades sobre la mateixa gràfica, la primera funció és més vertical, però l'elasticitat d'*a* a *b* és més gran a la primera que a la segona.

REMARCA 6. Si dues funcions de demanda passen pel mateix punt *a*, l'elasticitat preu de la demanda al punt *a* és més gran per a la funció de demanda més horitzontal.

Exercicis de la Lliçó 8

1. Troba la fórmula que expressa l'elasticitat preu de la demanda $E_p{}^d$ a un punt com a funció només del preu a les funcions de demanda: (i) $q^d = a - bp$; (ii) $q^d = a/p$; (iii) $q^d = a/p^2$; i (iv) $q^d = a + b/p - cp$.

2. Calcula el punt on s'intersecten les funcions de demanda $q^d = 12 - p$ i $q^d = 20 - 5p$. Representa les funcions gràficament i comprova que l'elasticitat preu de la demanda al punt d'intersecció és més gran per a la funció de demanda més horitzontal.

3. Troba dos punts a i b sobre la funció de demanda $q^d = 12 - p$ tals que l'elasticitat preu de la demanda del punt a al b coincideix amb l'elasticitat preu de la demanda al punt b.

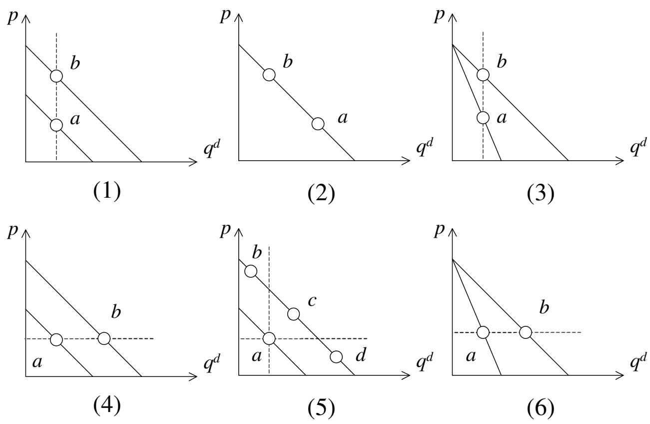
4. Troba dos punts a i b sobre la funció de demanda $q^d = 10 - p$ tals que l'elasticitat preu de la demanda d'a a b és 1 i comprova que l'elasticitat preu de la demanda al punt a també és 1.

5. Determina el punt de la funció de demanda $q^d = 21 - 7p$ on l'elasticitat preu de la demanda és 2.

6. Quina és l'equació d'una funció de demanda lineal amb pendent –1 i que té elasticitat unitària al punt $(p, q^d) = (5, 5)$.

7. Comprova tot el que s'afirma a l'Exemple 5.

8. A les Figs. (1) – (6) ordena els punts en funció del valor de l'elasticitat preu de la demanda a un punt. Ordena també els punts de les Figs. (1) – (3) del exercicis de la Lliçó 7.



9. És cert que una funció de demanda lineal té, a tot punt de la funció, una elasticitat preu constant? Justifica la resposta.

10. (i) Calcula l'elasticitat preu al punt $(p, q^d) = (1, 1)$ de la funció de demanda $q^d = 1/p$. (ii) Torna a calcular-la als punts (½, 2) i (2, ½). (iii) Què passa amb l'elasticitat? (iv) I amb la despesa? (v) Són aquests dos resultats certs a tots els punts de la funció de demanda?

11. Formula la Proposició 6 de la Lliçó 7 en termes de l'elasticitat preu de la demanda en un punt.

Lliçó 9. Elasticitat preu de demanda i despesa dels consumidors

Ha arribat el moment de clarificar la qüestió que havia motivat la introducció del concepte d'elasticitat: si el preu d'un bé varia i el consumidor respon modificant la quantitat demandada segons estableix la seva funció de demanda del bé, augmentarà o disminuirà la seva despesa en el bé? La Proposició 1 avança respostes.

PROPOSICIÓ 1. *Per a <u>tota</u> funció de demanda, i per a qualssevol punts diferents a i b de la funció:*

- *si* $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} < 1$ *i, en el pas d'a a b, el preu <u>disminueix</u>, aleshores, en el pas d'a a b, la despesa <u>disminueix</u>; i*
- *si* $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} > 1$ *i, en el pas d'a a b, el preu <u>augmenta</u>, aleshores, en el pas d'a a b, la despesa <u>disminueix</u>.*

➤ La Proposició 1 diu que, <u>amb demanda inelàstica, una caiguda del preu sempre provoca una caiguda de la despesa</u>; i que, <u>amb demanda elàstica, un augment del preu sempre provoca una caiguda de la despesa</u>.

➤ <u>No és cert que, amb demanda inelàstica, un augment del preu sempre provoqui un augment de la despesa</u>. Per exemple, sigui $a = (p_0, q^d_0) = (1, 10)$ i $b = (p_1, q^d_1) = (2, 4)$. En aquest cas, $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = -\frac{4-10}{2-1}\frac{1}{10} = \frac{3}{5} < 1$. A més, en el pas d'$a$ a b, el preu augmenta: d'1 a 2. Però la despesa no augmenta: la despesa passa de $p_0 \cdot q^d_0 = 10$ a $p_1 \cdot q^d_1 = 8$.

➤ Tampoc <u>no és cert que, amb demanda elàstica, una disminució del preu sempre provoqui un augment de la despesa</u>. Per exemple, sigui $a = (p_0, q^d_0) = (10, 1)$ i $b = (p_1, q^d_1) = (4, 2)$. En aquest cas, $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} = -\frac{2-1}{4-10}\frac{10}{1} = \frac{5}{3} > 1$. A més, en el pas d'$a$ a b, el preu es redueix, de 10 a 4. Però la despesa no augmenta, ja que passa de $p_0 \cdot q^d_0 = 10$ a $p_1 \cdot q^d_1 = 8$.

PROPOSICIÓ 2. *Per a tota funció de demanda <u>lineal</u>* $q^d = \alpha - \beta p$*, i per a qualssevol punts diferents* $a = (p_0, q^d_0)$ *i* $b = (p_1, q^d_1)$ *de la funció de demanda:*

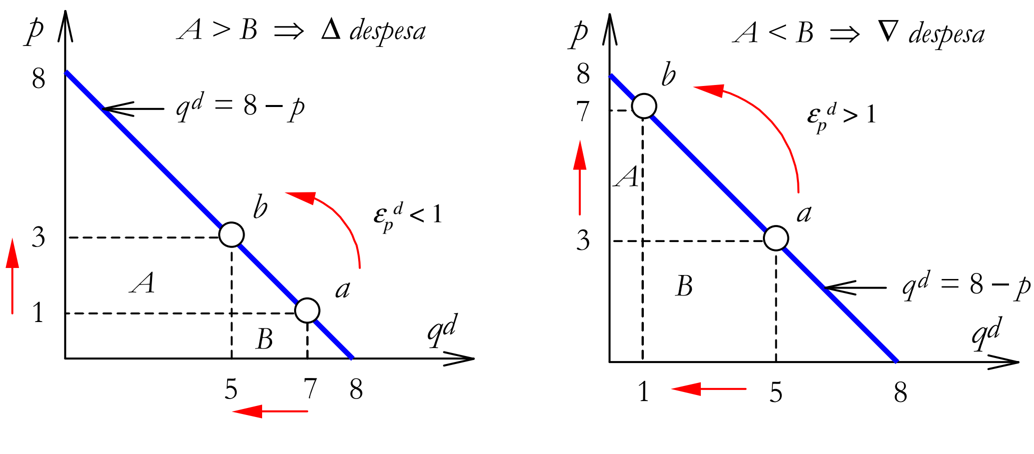
- *si* $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} < 1$ *i el preu <u>augmenta</u> d'a a b, aleshores la despesa <u>augmenta</u> sempre i quan* $p_0 + p_1 < \frac{\alpha}{\beta}$*; i*
- *si* $\underset{a\to b}{\varepsilon_p^d} > 1$ *i el preu <u>disminueix</u> d'a a b, aleshores la despesa <u>augmenta</u> sempre i quan* $p_0 + p_1 > \frac{\alpha}{\beta}$.

➤ La Proposició 2 diu que <u>la inversa de la Proposició 1 és vàlida per a funcions lineals en determinats casos</u>. Així, si el preu final p_1 està suficientment a prop del preu inicial p_0, demanda inelàstica i augment de preu implica augment de la despesa. Però si p_0 i p_1 estan allunyats, una demanda inelàstica no garanteix que un augment del preu es tradueixi en un augment de la despesa. Per exemple, sigui la funció de demanda lineal que passa pels punts $a = (p_0, q^d_0) = (1, 10)$ i $b = (p_1, q^d_1) = (2, 4)$. Llavors, en el pas d'$a$ a b, la demanda és inelàstica, el preu augmenta però la despesa no augmenta.

- De manera similar, si el preu final p_1 està suficientment a prop del preu inicial p_0, demanda elàstica i reducció de preu implica augment de la despesa. Però si p_0 i p_1 estan allunyats, una demanda elàstica no garanteix que una reducció del preu es tradueixi en un augment de la despesa. Per exemple, sigui la funció de demanda lineal que passa pels punts $a = (p_0, q^d{}_0) = (10, 1)$ i $b = (p_1, q^d{}_1) = (4, 2)$. Llavors, en el pas d'$a$ a b, la demanda és elàstica, el preu disminueix però la despesa no augmenta.

- Les Figs. 19 i 20 il·lustren gràficament aquests resultats (en el cas de demanda inelàstica) per a la funció de demanda $q^d = 8 - p$. Per a aquesta funció, $\alpha = 8$ i $\beta = 1$. Comencem per la Fig. 19. En el pas d'a a b, el preu augmenta de $p_0 = 1$ a $p_1 = 3$ i, atès que a se situa a la part baixa de la recta, $\underset{a \to b}{\varepsilon_p^d} < 1$. La Proposició 2 diu que la despesa augmentarà sempre i quan la suma $p_0 + p_1 = 1 + 3$ dels preus sigui <u>inferior</u> a $\frac{\alpha}{\beta} = 8$. En aquest cas la condició es compleix i, efectivament, la despesa augmenta: de 7 a 15. Gràficament, l'augment de la despesa significa que l'àrea A (l'augment de despesa causat per pagar més per les unitats que es compren tant abans com després) és més gran que l'àrea B (la reducció de despesa causada per comprar menys unitats).

- La Fig. 20 il·lustra el fet que, si el preu final p_1 fos tal que $p_0 + p_1 > \frac{\alpha}{\beta}$, la despesa no augmentaria. A la Fig. 20, en el pas d'a a b, el preu augmenta de $p_0 = 3$ a $p_1 = 7$ i, atès que a se situa a la dreta del punt mitjà (4, 4) de la recta, $\underset{a \to b}{\varepsilon_p^d} < 1$. Però ara la despesa disminueix, en passar de 15 a 7. Gràficament, l'augment de despesa causat per comprar unitats a un preu superior (àrea A) és inferior a la disminució de despesa causada per la deixar de comprar unitats que abans es compraven (àrea B).



Figs. 19 i 20. Elasticitat i despesa dels consumidors

- Il·lustrem amb la Fig. 20 el cas de demanda elàstica: en el pas de b a a, el preu cau i, en ser el punt de partida b a la part alta, $\underset{b \to a}{\varepsilon_p^d} > 1$. Per la Proposició 2, per a què la despesa augmenti, cal que la suma de preus sigui <u>superior</u> a $\frac{\alpha}{\beta} = 8$. En aquest cas, la suma de preus és $7 + 3 > 8$ i, efectivament, en el pas de b a a, la despesa augmenta: de 7 a 15.

Exercicis de la Lliçó 9

1. Sigui $q^d = 12 - p$ la funció de demanda d'un consumidor. Si $p = 4$, quin és l'increment més gran del preu que causa un augment de la despesa del consumidor?

2. Quan considerem la relació entre elasticitat preu de la demanda d'un punt a un altre i la despesa d'un consumidor, quina importància té que la variació dels preus sigui "gran" o "petita"?

3. A la funció de demanda d'un consumidor $q^d = 100 - p$, troba dos punts a i b tals que l'elasticitat preu de la demanda d'a a b sigui inferior a 1 i, en el pas d'a a b, el preu augmenti i la despesa del comprador disminueixi.

4. A la funció de demanda d'un consumidor $q^d = 100 - p$, troba dos punts a i b tals que l'elasticitat preu de la demanda d'a a b sigui superior a 1 i, en el pas d'a a b, el preu disminueix i la despesa del comprador augmenta.

5. (i) Calcula l'elasticitat preu de la demanda al punt $(p, q^d) = (3, 5)$. (ii) Determina què passa amb la despesa si el preu augmenta i què li passa si el preu disminueix.

6. Considera la funció de demanda de mercat $q^d = 20 - 2p$ i el punt $(p, q^d) = (2, 16)$. Sense fer càlculs, determina (i justifica) si duplicar el preu fa augmentar la despesa dels consumidors o no.

7. A la Fig. 19, partint d'a, troba un punt c sobre la funció de demanda que impliqui un augment del preu respecte d'a i una reducció de la despesa.

8. A la Fig. 20, partint de b, troba troba un punt c sobre la funció de demanda que impliqui una disminució del preu respecte de b i una reducció de la despesa.

9. Non plus ultra. Sigui la funció de demanda $q^d = 10 - p$. (i) Expressa la funció de despesa $D = p \cdot q^d$ corresponent a punts de la funció de demanda en termes només de q^d. (ii) Quin valor de q^d maximitza la despesa? A quin punt de la funció de la demanda es correspon aquest valor? (iii) Representa la funció de demanda i, a dalt, la funció de despesa obtinguda (a tots dos casos, q^d ha d'aparèixer a l'eix d'abscisses). (iv) Verifica a la representació gràfica que, a punts de la funció de demanda on l'elasticitat preu és superior a 1, reduccions successives del preu causen augments continuats de la despesa. (v) Verifica a la representació gràfica que, a punts de la funció de demanda on l'elasticitat preu és inferior a 1, augments successius del preu causen augments continuats de la despesa.

Lliçó 10. Altres elasticitats de la demanda

Per a cada variable que pugui afectar la quantitat demandada d'un bé es pot construir una elasticitat. A banda de l'elasticitat preu hi ha dues altres elasticitats destacades: l'elasticitat renda de la demanda i l'elasticitat preu creuada de la demanda.

DEFINICIÓ 1. L'<u>elasticitat renda</u> de la demanda quan la renda monetària (d'un consumidor o dels consumidors) passa d'm_0 a m_1 i, com a conseqüència, la quantitat demandada passa de $q^d{}_0$ a $q^d{}_1$, amb la resta de factors que afecten q^d constants (<u>incloent-hi el preu del bé</u>), és

$$\underset{a\to b}{\varepsilon_r^d} = -\frac{\dfrac{q_1^d - q_0^d}{q_0^d}}{\dfrac{m_1 - m_0}{m_0}} = -\frac{q_1^d - q_0^d}{m_1 - m_0}\frac{m_0}{q_0^d} = -\frac{\Delta q^d}{\Delta m}\frac{m_0}{q_0^d}$$

on *a* es defineix ara com el parell (m_0, q_0^d) i *b* es defineix com el parell (m_1, q_1^d).

- La definició d'elasticitat renda de la demanda és idèntica a la definició d'elasticitat preu de la demanda (d'un punt a un altre) amb l'única diferència que es reemplaça el preu p per la renda m del consumidor.

- La fórmula de l'elasticitat renda de la demanda només es pot aplicar quan el canvi en la quantitat demandada ha estat provocat exclusivament per un canvi de la renda, perquè el propòsit de la fórmula és mesurar quant sensible ha estat la quantitat demandada a canvis en la renda.

REMARCA 2. L'elasticitat renda de la demanda i tipus de béns. Si, per a una variació donada de la renda resulta que

- $\varepsilon_r^d < 0$ aleshores el bé es comporta com un bé inferior;
- $\varepsilon_r^d > 0$ aleshores el bé es comporta com un bé normal;
- $\varepsilon_r^d > 1$ aleshores el bé es comporta com un bé de luxe;
- $0 < \varepsilon_r^d < 1$ aleshores el bé es comporta com un bé de primera necessitat.

Si, per a tota variació de la renda $\varepsilon_r^d < 0$, es diu que el bé és inferior; si $\varepsilon_r^d > 0$, que és normal; si $\varepsilon_r^d > 1$, que és de luxe; i si $0 < \varepsilon_r^d < 1$, que és de primera necessitat.

DEFINICIÓ 3. L'elasticitat preu creuada de la demanda del bé X respecte del bé Y quan la el preu d'Y passa de p_{Y0} a p_{Y1} i, com a conseqüència, la quantitat demandada d'X passa de $q^d{}_0$ a $q^d{}_1$, amb la resta de factors que afecten q^d constants (incloent-hi el preu del bé), és

$$\underset{a\to b}{\varepsilon_{XY}^d} = -\frac{\dfrac{q_1^d - q_0^d}{q_0^d}}{\dfrac{p_{Y1} - p_{Y0}}{p_{Y0}}} = -\frac{q_1^d - q_0^d}{p_{Y1} - p_{Y0}}\frac{p_{Y0}}{q_0^d} = -\frac{\Delta q^d}{\Delta p_Y}\frac{p_{Y0}}{q_0^d}$$

on *a* es defineix ara com el parell (p_{Y0}, q_0^d) i *b* es defineix com el parell (p_{Y1}, q_1^d).

- La definició d'elasticitat preu creuada de la demanda d'X respecte d'Y és idèntica a la definició d'elasticitat preu de la demanda (d'un punt a un altre) del bé X amb l'única diferència que es reemplaça el preu p del bé X pel preu p_Y del bé Y.

- La fórmula de l'elasticitat renda de la demanda només es pot aplicar quan el canvi en la quantitat demandada ha estat provocat exclusivament per un canvi en el preu d'Y, perquè el propòsit de la fórmula és mesurar quant sensible ha estat q^d a canvis en p_Y.

REMARCA 4. L'elasticitat preu creuada de la demanda i tipus de béns. Si, per a una variació donada del preu d'Y resulta que

- $\varepsilon_{XY}^{d} < 0$ aleshores el bé X es comporta com a complementari del bé Y;
- $\varepsilon_{XY}^{d} > 0$ aleshores el bé X es comporta com a substitutiu del bé Y;
- $\varepsilon_{XY}^{d} = 0$ aleshores el bé X es comporta com a independent del bé Y.

Si, per a tota variació de p_Y, $\varepsilon_{XY}^{d} < 0$, es diu que X és complementari d'Y; si $\varepsilon_{XY}^{d} > 0$, que és substitutiu d'Y; i si $\varepsilon_{XY}^{d} = 0$, que X és independent d'Y.

Exercicis de la Lliçó 10

1. Completa la següent taula en el que es pugui.

m	p	q^d	$\varepsilon_p{}^d$	$\varepsilon_m{}^d$
8	1	10		
	2		0'5	
6				3
5	3	12		

2. Si el preu d'un bé ha augmentat un 10%, la quantitat demandada ha disminuït un 50% i la renda ha disminuït un 25%: (i) obté l'elasticitat preu i l'elasticitat renda de la demanda; i (ii) indica si es tracta d'un bé inferior, de luxe o de primera necessitat.

3. A la següent taula, estableix de quin moment t a quin moment t' es pot calcular: (i) l'elasticitat preu de la demanda; (ii) l'elasticitat renda de la demanda; (iii) l'elasticitat preu creuada de la demanda.

t	p_X	p_Y	m	$q^d{}_X$
1	5	5	5	5
2	5	5	6	4
3	6	6	6	2
4	5	6	6	3
5	6	5	6	1

4. Quina és l'elasticitat renda de la demanda si la renda augmenta un 25% i la quantitat demanda disminueix un 50%? Què significa el valor obtingut?

5. És possible saber simultàniament que un bé és normal i que és complementari d'un altre bé?

Preguntes de tipus test del Tema 2

1. Quina de les següents funcions no pot ser considerada una funció de demanda?
(a) $q^d = 2/p$ *(b)* $q^d = 2 - p$
(c) $q^d = 2/p^2$ *(d)* $q^d = 2 + p$

2. Sigui $q^d = 16 - 2p$ *una funció de demanda de mercat. El preu inicial és* $p_0 = 3$ *i augmenta fins a* p_1*. La despesa dels consumidors augmenta de* p_0 *a* p_1 *si, i només si:*
(a) $p_0 = p_1$ *(b)* $p_0 + p_1 > 8$
(c) $p_0 + p_1 > 16$ *(d) res de l'anterior*

3. En el cas d'un bé inferior
(a) un augment de la renda desplaça la funció de demanda del consumidor cap a la dreta
(b) una reducció de la renda desplaça la funció de demanda del consumidor cap a l'esquerra
(c) un augment del preu del bé desplaça la funció de demanda del consumidor cap a la dreta
(d) cap de les afirmacions anteriors no és correcta

4. Si l'elasticitat preu de la demanda al punt (5, 5) d'una funció de demanda de la forma $q^d = \alpha - \beta p$ *és 1, la funció de demanda*
(a) no es pot determinar *(b) és* $q^d = 5 + 5p$
(c) és $q^d = 5 - 5p$ *(d) és* $q^d = 10 - p$

5. Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - 2p$*, l'excedent dels consumidors quan* $p = 2$ *és*
(a) 15 *(b) 6*
(c) 12 *(d) 9*

6. Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$*, si* $p = 2$ *aleshores una reducció de p causa*
(a) una disminució de la quantitat demandada
(b) un augment de la despesa dels consumidors
(c) un desplaçament a la dreta de la funció de demanda de mercat
(d) una reducció de la despesa dels consumidors

7. Si l'elasticitat preu de la demanda d'una funció de demanda de mercat és més gran que 1 i hi ha hagut un augment del preu
(a) la despesa dels consumidors no s'ha modificat
(b) la quantitat demandada ha augmentat
(c) la despesa dels consumidors ha augmentat
(d) la despesa dels consumidors ha disminuït

8. Si hi ha dos grups de consumidors d'un bé, amb funcions de demanda $q^d_1 = 10 - p$ *i* $q^d_2 = 20 - 2p$*, la funció de demanda de mercat*
(a) no es pot calcular *(b) és* $q^d = 10 - p$
(c) no existeix *(d) és* $q^d = 30 - 3p$

9. Si el preu d'un cert bé Y és 20, la quantitat demandada total d'un altre bé X és 20 i, com a conseqüència de la reducció a la meitat del preu d'Y, la quantitat demandada d'X també es redueix a la meitat
(a) X és complementari d'Y
(b) l'elasticitat renda de la demanda és 1
(c) l'elasticitat preu creuada de la demanda d'X respecte del preu d'Y és –1
(d) l'elasticitat preu creuada de la demanda d'X respecte del preu d'Y és 1

10. En el cas de la pregunta 9, el bé X es comporta com a bé
(a) inferior *(b) subnormal*
(c) anormal *(d) res de l'anterior*

11. Quin succés és més probable que desplaci la funció de demanda de mercat d'un bé normal cap a la dreta?
(a) La reducció del nombre de consumidors del bé
(b) La reducció del preu del bé
(c) La reducció de la renda dels consumidors
(d) L'augment de preferència pel bé per part dels consumidors

12. En el cas d'un bé inferior X que es complementari d'un bé normal Y, quan es produeix un augment en la renda dels consumidors i, alhora, una disminució del preu d'Y
(a) la funció de demanda de mercat d'X desapareix
(b) la funció de demanda de mercat d'X es desplaça a l'esquerra
(c) la funció de demanda de mercat d'X es desplaça a la dreta
(d) l'efecte sobre la funció de demanda de mercat d'X és incert

13. Quan es diu que $q^d = 10 - 2p$ *és una funció de demanda de mercat s'entén que la quantitat demandada total és zero si*
(a) $p = 0$ *(b)* $p = 2$
(c) $p = 4$ *(d)* $p = 6$

14. Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$ *i preu inicial 1, si el preu és multiplica per 5 es produeix*
(a) un augment de 5 unitats en la quantitat demandada
(b) un augment de l'excedent dels consumidors
(c) una reducció en la despesa total dels consumidors
(d) cap de les afirmacions anteriors no és certa

15. S'ha produït un augment del 10% en la renda d'un consumidor i, simultàniament, el preu d'un bé i la quantitat demandada del bé han disminuït un 10%. Quina afirmació és certa?
(a) L'elasticitat preu de la demanda és 1
(b) La situació anterior és impossible perquè el preu i la quantitat demandada han disminuït
(c) L'elasticitat preu de la renda és 1
(d) El bé es comporta com un bé inferior

16. Si es produeix una desplaçament cap a la dreta d'una funció de demanda d'un bé quan s'ha reduït la renda dels consumidors i, al mateix temps, s'ha reduït el nombre de consumidors del bé, és versemblant concloure que el bé és
(a) hipercomplementari *(b) normal*
(c) inferior *(d) inelàstic*

17. Si es produeix un desplaçament d'una funció de demanda individual d'un bé X cap a la dreta, una explicació pot ser que
(a) el preu del bé ha disminuït
(b) el bé és normal i la renda del consumidor ha minvat
(c) el preu d'un bé complementari d'X s'ha apujat
(d) la preferència del consumidor pel bé ha augmentat

18. S'ha produït un augment del 10% en la renda d'un consumidor i, simultàniament, el preu d'un bé ha disminuït un 5%. Si la quantitat demandada del bé pel consumidor ha augmentat un 50%
(a) l'elasticitat renda de la demanda és 5
(b) l'elasticitat preu de la demanda és 10
(c) la despesa del consumidor en el bé ha crescut un 250%
(d) no es poden calcular ni l'elasticitat preu ni l'elasticitat renda

19. Considera les funcions de demanda $q^d = 10 - p$ i $q^d = 15 - 2p$. Aleshores, l'elasticitat preu de la demanda al punt (5, 5)
(a) és igual a la primera que a la segona funció
(b) no hi ha prou informació per a determinar a quina funció és més gran
(c) és més gran a la primera que a la segona funció
(d) és més gran a la segona que a la primera funció

20. A les funcions de demanda lineals, l'elasticitat preu de la demanda d'un punt a a un punt b
(a) pren sempre el mateix valor
(b) coincideix amb l'elasticitat preu de la demanda del punt b a l'a
(c) coincideix amb l'elasticitat preu de la demanda al punt a
(d) cap de les respostes anteriors no és certa

21. Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$, l'excedent dels consumidors quan el preu és 4 i la quantitat adquirida és la que determina la funció de demanda de mercat és
(a) 18 (b) 36
(c) 24 (d) no es pot calcular

22. A la funció de demanda de mercat $q^d = 16 - 2p$, l'elasticitat preu de la demanda és inferior a 1 quan el punt final és $(p_1, q^d_1) = (0, 16)$ i el punt inicial és $(p_0, q^d_0) =$
(a) (6, 4) (b) (5, 6)
(c) (4, 8) (d) (3, 10)

23. L'elasticitat preu de la demanda del punt a al b d'una funció de demanda de mercat és superior a 1. Si entre aquests dos punts hi ha hagut una reducció del preu, és segur que
(a) la despesa ha augmentat en el pas d'a a b
(b) la despesa és màxima
(c) la despesa roman constant en el pas d'a a b
(d) res de l'anterior

24. L'excedent d'un consumidors és negatiu si el consumidors compra la quantitat q = 2 a preu
(a) p = –1 (b) p = 0
(c) p = 2 (d) Res de l'anterior

25. Si la quantitat demandada d'un bé per part d'un consumidor ha augmentat un 100% com a conseqüència d'una reducció del 50% en la seva renda, el valor de l'elasticitat preu de la demanda
(a) no es pot calcular
(b) és un valor entre 50 i 100
(c) és inferior a 1
(d) és superior a 1

26. El punt (p, q^d) de la funció de demanda de mercat $q^d = 16 - 2p$ on 36 és l'excedent dels consumidors és
(a) (6, 4) (b) (5, 6)
(c) (4, 8) (d) res de l'anterior

27. Un augment del preu d'un bé del qual el bé X és complementari combinat amb una reducció de la renda dels consumidors tendirà a produir sobre la funció de demanda de mercat d´X
(a) un desplaçament cap a la dreta sempre
(b) un desplaçament cap a l'esquerra sempre
(c) necessàriament no provoca cap canvi sobre la funció de demanda d´X
(d) un desplaçament cap a l'esquerra si X és un bé normal

28. Hi ha dos grups de consumidors d'un bé amb funcions de demanda $q^d = 8 - p$ i $q^d = 16 - 2p$. Quin dels següents punts (p, q^d) pertany a la funció de demanda de mercat corresponent?
(a) (10, 0) (b) (8, 24)
(c) (24, 8) (d) res de l'anterior

29. Si només es produeix l'augment de preu d'un bé inferior, la funció de demanda d'un consumidor del bé es desplaçarà
(a) cap a l'esquerra
(b) cap a l'esquerra si, a més, la renda del consumidor es redueix
(c) cap a la dreta
(d) no es modificarà

30. Davant un augment de la renda dels consumidors en un 100% i d'una disminució del preu d'un bé en un 100%, s'ha observat un augment de la quantitat demandada del bé en un 100%. D'aquestes dades es pot inferir que
(a) l'elasticitat preu de la demanda del bé és 1
(b) l'elasticitat renda de la demanda del bé és 1
(c) tant (a) com (b) són certes
(d) ni (a) ni (b) són certes

31. L'elasticitat preu creuada de la demanda d'un cert bé X respecte d'un altre bé Y
(a) és sempre positiva
(b) és negativa si la renda disminueix
(c) pot ser zero
(d) res de l'anterior

32. Una funció de demanda de mercat d'un bé s'ha desplaçat cap a la dreta. Una possible causa és que
(a) el bé és normal
(b) l'elasticitat preu de la demanda és superior a 1
(c) l'excedent dels compradors és negatiu
(d) Res de l'anterior

33. Amb funció de demanda de mercat $q^d = 16 - 2p$, l'excedent dels consumidors quan el preu és 4 i la quantitat adquirida és 16 és
(a) 0 (b) positiu
(c) negatiu (d) no es pot calcular

34. A la funció de demanda de mercat $q^d = 16 - 2p$, si el preu inicial és $p_0 = 7$, l'únic preu p_1 que fa que q^d es dupliqui és
(a) $p_1 = 6$ (b) $p_1 = 14$
(c) ni (a) ni (b) (d) no existeix

35. Què provoca un efecte indeterminat sobre una funció de demanda de mercat d'un bé X de primera necessitat?
(a) Que el 50% dels consumidors augmentin el desig de consumir X i, simultàniament, l'altre 50% no desitgi consumir el bé
(b) La reducció de la renda de tots els consumidors
(c) L'augment del preu d'un bé del qual X és substitutiu
(d) La reducció del preu d'un bé Y que és independent d'X i del qual X és independent combinat amb un augment del preu d'X

36. L'elasticitat preu de la demanda del punt $(p_0, q_0{}^d) = (8, 2)$ a un punt $(p_1, q_1{}^d)$ de la funció de demanda $q^d = 10 - p$ és inferior a 1 si
(a) $p_1 = 8$ (b) $p_1 = 6$
(c) $p_1 = 4$ (d) Res de l'anterior

37. Hi ha dos grups de consumidors d'un bé. La funció de demanda del primer grup és $q_1{}^d = 10 - p$. La funció de demanda del segon grup és $q_2{}^d = 10 - p/2$. Aleshores, la funció de demanda de mercat
(a) no es pot calcular
(b) és $Q^d = 20 - 3p/2$ per a tot $p \geq 0$
(c) coincideix amb la funció de demanda del segon grup per a preus entre 10 i 20
(d) Res de l'anterior

38. Si la quantitat demandada del bé X s'ha duplicat com a conseqüència de la reducció a la meitat del preu d'un altre bé Y
(a) l'elasticitat preu creuada de la demanda d'X és positiva
(b) el bé X és un bé inferior
(c) la funció de demanda d'X s'ha modificat
(d) l'elasticitat preu de la demanda d'X és superior a 1

39. Un consumidor que vol maximitzar el seu excedent de la compra d'un bé té $U(q) = 10q - q^2/2$ com a funció d'utilitat del bé. Quan el preu del bé és $p = 2$, triarà la quantitat q tal que
(a) la utilitat marginal de q sigui superior a 2
(b) $q = 8$
(c) la utilitat marginal de q sigui inferior a 2
(d) Res de l'anterior

40. Si la quantitat demandada d'un bé d'un consumidor ha disminuït
(a) l'única explicació possible és que el preu d'un altre bé ha augmentat
(b) la renda del consumidor ha augmentat i el bé és de luxe
(c) podria ser que l'elasticitat renda de la demanda del bé fos negativa
(d) és segur que la funció de demanda del consumidor s'ha desplaçat a l'esquerra

41. Si l'elasticitat preu de la demanda del punt a al punt b d'una funció de demanda de mercat és superior a 1, i del punt a al punt b es produeix un augment del preu,
(a) la despesa dels consumidors ha augmentat
(b) la despesa dels consumidors ha disminuït
(c) la despesa dels consumidors es manté constant
(d) Res de l'anterior

42. Si l'elasticitat preu de la demanda entre dos punts és 2 i la quantitat ha disminuït un 10%, la conclusió és que el preu del bé ha augmentat
(a) un 20% (b) un 10%
(c) un 2% (d) un 5%

43. Quina afirmació no és falsa?
(a) Si tots els consumidors d'un bé tenen la mateixa funció de demanda del bé, la funció de demanda de mercat del bé és igual a la funció de demanda de cada consumidor
(b) La recta $q = 2$ defineix una funció de demanda perfectament elàstica
(c) Si una funció de demanda és lineal, l'elasticitat preu de la demanda pren el mateix valor a cada punt de la funció
(d) Les tres afirmacions anteriors són falses

44. Un bé inferior té $q^d = 10 - p$ com a funció de demanda de mercat. Si es redueix el nombre de consumidors, augmenta la renda de cada consumidor i augmenta el preu d'un bé del qual X és complementari, quina funció podria representar la nova funció de demanda d'X?
(a) $q^d = 5 - p$
(b) $q^d = 20 - p$
(c) La funció de demanda no es modifica perquè no se sap què passa amb el preu del bé
(d) Res de l'anterior

Finis: 8 octubre 2007 · 18:27